

4 Geopotencijal i redukcija tlaka na normalni nivo

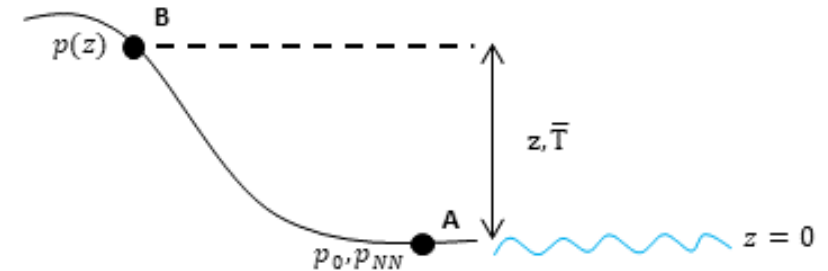
Vježbe iz Dinamičke meteorologije I

Redukcija tlaka na normalni nivo

Kako bi podaci na postajama koje se nalaze pri različitim nadmorskim visinama bili usporedivi vrši se redukcija tlaka na normalni nivo (tj. srednju razinu mora).

Kod redukcije tlaka na normalni nivo računamo koliki bi bio tlak kada bi postaja bila na razini mora, a da pritom u atmosferi vrijedi hidrostatička ravnoteža

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$



Tlak na visini z , tj. hipsometrijska formula

$$p(z) = p_{NN} \exp\left(-\frac{g}{R\bar{T}} z\right)$$

gdje je $\bar{T}$ srednja temperatura sloja zraka od srednje razine mora (tj. normalni nivo NN) do visine z .

Redukcija tlaka na normalni nivo

Izraz za tlak reduciran na normalni nivo također možemo izvesti pomoću vertikalnog temperaturnog gradijenta atmosfere γ

$$\gamma = -\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$T = T_0 - \gamma z$$

Ako izraz za temperaturni gradijent integriramo po visini od normalnog nivoa do visine z uzevši u obzir hidrostatsičku ravnotežu, dobivamo:

$$p_0 = p_{NN} = p(z) \left(\frac{T_0}{T_0 - \gamma z} \right)^{\frac{g}{R\gamma}}$$

Geopotencijal

Geopotencijal ili potencijal sile teže dobivamo prikažemo li potencijalnu energiju česti u polju Zemljine sile teže po jedinici mase česti

$$\phi = \int_{z=0}^z g dz = gz \text{ [J kg}^{-1}\text{]}$$

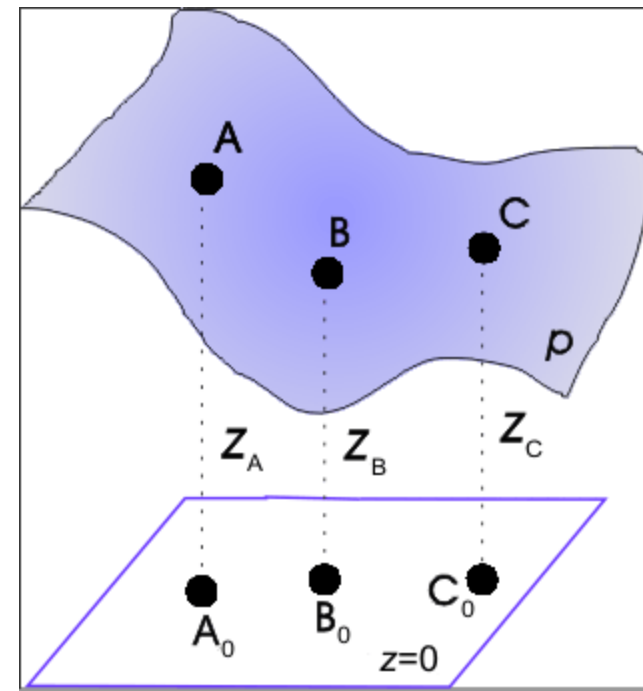
gdje je z srednja geometrijska visina tijela mjerena od srednje razine mora, g je akceleracija sile teže.

Geopotencijal se uobičajeno izražava putem geopotencijalne visine Z u geopotencijalnim metrima [gpm]. Jedan geopotencijalni metar odgovara potencijalnoj energiji česti mase 1 kg u polju Zemljine sile teže kada se čest nalazi 1 m iznad srednje razine mora na mjestu gdje je akceleracija sile teže jednaka $g_0 = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ (tj. $1 \text{ gpm} = 9.8 \text{ J kg}^{-1}$).

$$Z = \frac{g}{g_0} z = \frac{\phi}{9.8} \text{ [gpm]}$$

Apsolutna topografija

Topografija izobarne plohe prikazana je poljem geopotencijala.
Svaka izobarna ploha ima svoj reljef.



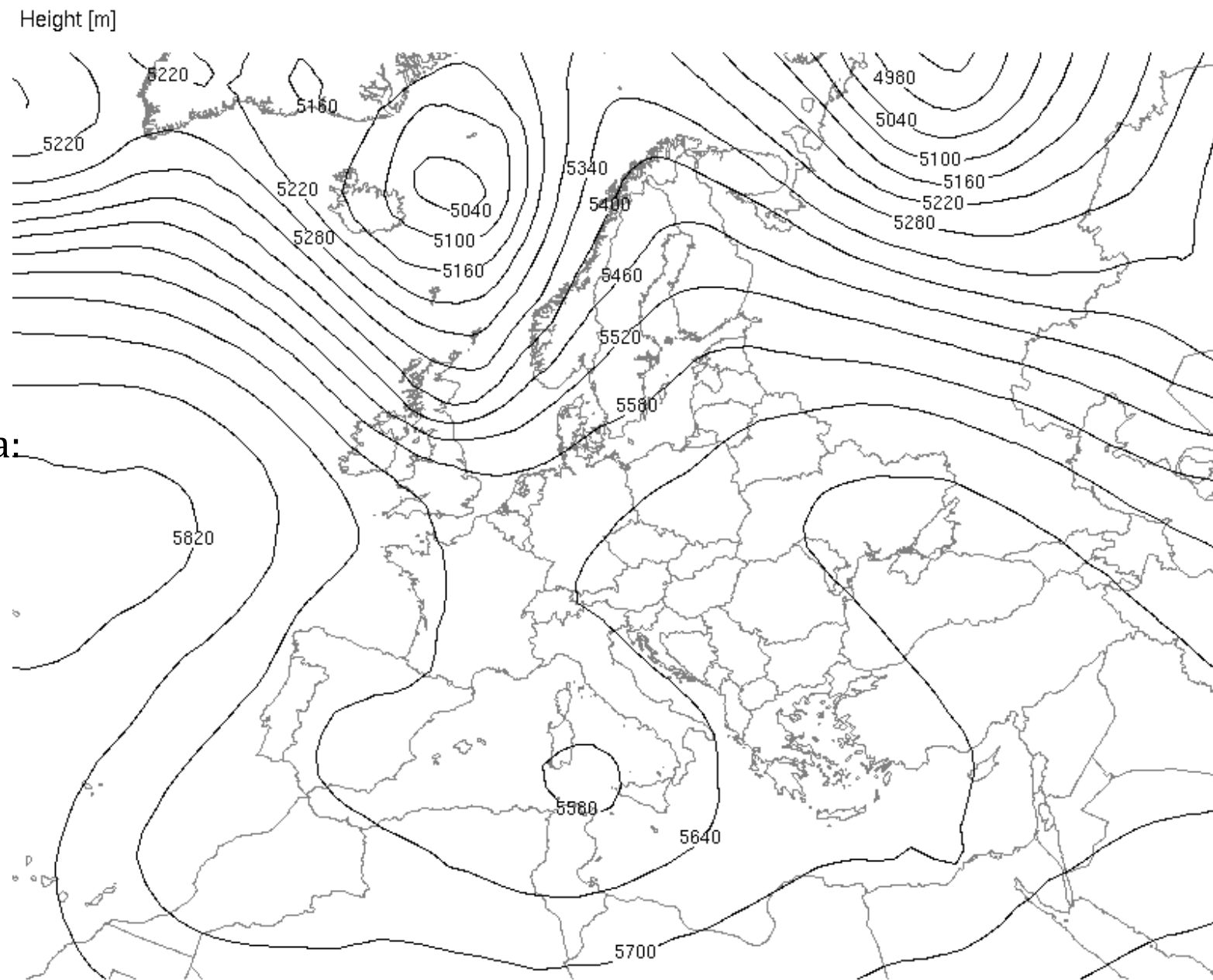
Točke u kojima je izobarna ploha udaljenija od srednje razine mora imaju veći geopotencijal od točaka koje su bliže srednjoj razini mora.

Prikažemo li polje geopotencijala promatrane izobarne plohe izolinijama geopotencijala, dobit ćemo njenu apsolutnu topografiju.

Apsolutna topografija
izobarne plohe 500 hPa
00UTC 17.11.2021.

Prosječne nadmorske izobarnih ploha:

- 1.5 km (850 hPa)
- 3.5 km (700 hPa)
- 5.5 km (500 hPa)



Relativna topografija

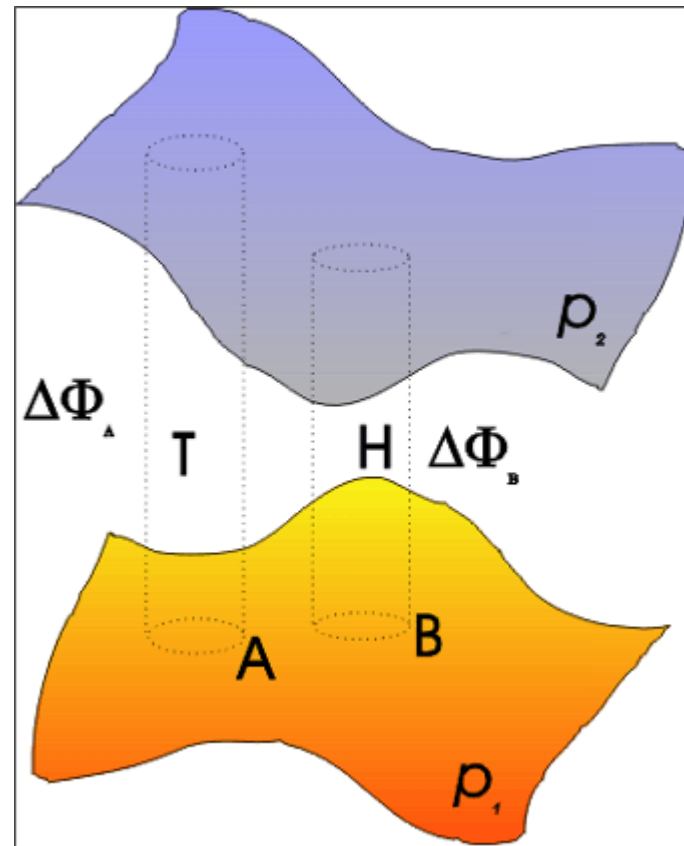
Relativna topografija je polje razlike geopotencijala između dvije izobarne plohe.

Na gornjoj plohi tlak je p_2 , a na donjoj p_1 , relativna topografija RT_{p_2/p_1} jednaka apsolutnoj topografiji plohe p_2 umanjenoj za apsolutnu topografiju plohe p_1 .

Na primjer, relativnu topografiju između ploha 1000 hPa i 500 hPa označavamo sa RT_{1000}^{500} .

Polje relativne topografije određuje se na temelju podataka dobivenih visinskim radiosondažnim mjerenjima.

Polje relativne topografije usko je povezano sa poljem temperature, tj. s postojanjem horizontalnih gradijenata temperature koji su povezani s poljem strujanja.



izvor: http://jadran.gfz.hr/pojmovnik_r.html#relativna_t

Dimenzionalna analiza

$$\phi = -R\bar{T} \ln \frac{p(z)}{p_0}$$

$$\text{J kg}^{-1} = \text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ K} = \text{J kg}^{-1}$$

- $1 \text{ J} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$
- $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$
- $1 \text{ Pa} = 1 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}$

- $1 \text{ hPa} = 1 \text{ mbar} = 100 \text{ Pa}$

- $\Delta T = 1 \text{ K} = 1 ^\circ\text{C}$

Primjeri i zadatci

1. Na kojoj visini u homogenoj atmosferi tlak postaje jednak nuli ako prizemni tlak iznosi 1000 hPa, a temperatura 26 °C? Na kojoj će visini tlak pasti na pola vrijednosti od one koju ima pri tlu?

2. Koliko se mora promijeniti srednja temperatura sloja zraka ako se pri povećanju tlaka na srednjoj razini mora od 5 hPa geopotencijal 500 hPa plohe poveća za 50 gpm? Početna srednja temperatura sloja je 260 K, a početni tlak na razini mora iznosi 1000 hPa.

3. Meteorološka postaja A nalazi se na nadmorskoj visini 250 m te je na postaji izmjeran tlak 982 hPa i temperatura 12 °C. Na postaji B istovremeno je izmjeran tlak 975 hPa i temperatura 10 °C. Kolika je nadmorska visina postaje B?

4. Dva susjedna stupca zraka pri tlu imaju iste tlakove $p_{01} = p_{02} = 1000$ hPa, ali imaju različite temperature. Kolika je razlika tlakova u stupcima na visini od 1 km ako u prvom stupcu temperatura opada prema zakonu $T_1 = T_{01} - \gamma_1 z$, a u drugom $T_2 = T_{02} - \gamma_2 z$, gdje je $T_{01} = 270$ K, $\gamma_1 = 0.5$ °C/100 m, $T_{02} = 280$ K, $\gamma_2 = 0.1$ °C/100 m?

5. Kako bi se tlak mijenjao s visinom kada bi temperatura bila eksponencijalna funkcija tlaka oblika $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^n$ gdje su T_0 i p_0 temperatura i tlak na nekom referentnom nivou, te $n = \text{const}$.

6. Nađite apsolutni geopotencijal 700 hPa plohe ako srednja temperatura atmosfere iznosi 20 °C, a tlak na srednjoj razini mora 1015 hPa. Izrazite rezultat preko geopotencijalne visine.

7. Kolika je temperatura na 500 mbar plohi ako je visina relativne topografije između 1000 hPa i 500 hPa $RT_{1000}^{500} = 5160$ gpm? Vertikalni temperaturni gradijent je konstantan u cijelom sloju te iznosi 0.65 °C/100 m.

8. Kako se mijenja tlak u smjeru osi x na visini od 5.5 km ako se tlak pri tlu ne mijenja u smjeru osi x? Srednja temperatura sloja od tla do točke A u kojoj je tlak 500 hPa je 273 K, a promjena srednje temperature duž osi x iznosi 1 K/100 km.

9. Pokažite kakav treba biti vertikalni temperaturni gradijent γ u mirnoj i suhoj atmosferi kako bi atmosfera bila homogena.

Rješenja zadataka

1. Na kojoj visini u homogenoj atmosferi tlak postaje jednak nuli ako prizemni tlak iznosi 1000 hPa, a temperatura 26 °C? Na kojoj će visini tlak pasti na pola vrijednosti od one koju ima pri tlu?

Rješenje:

$$p_0 = 1000 \text{ hPa}$$

$$T_0 = 26 \text{ °C} = 299.15 \text{ K}$$

$$R = 287 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$h(p = 0) = ?$$

$$h(p_0/2) = ?$$

- Homogena atmosfera: $\rho = \rho_0 = \text{const.}$

- Jednadžba stanja idealnog plina:

$$p = \rho RT, \quad p_0 = \rho_0 RT_0$$

- Hidrostatička ravnoteža:

$$\partial p = -\rho g \partial z, \quad \rho = \rho_0$$

$$\partial p = -\frac{gp_0}{RT_0} \partial z \quad / \quad \int_{p_0, z=0}^{p(z), z}$$

$$p(z) - p_0 = -\frac{gp_0}{RT_0} z$$

$$p(z) = p_0 - \frac{gp_0}{RT_0} z = p_0 \left(1 - \frac{gz}{RT_0} \right)$$

$$p(z) = 0 \rightarrow p(z) = p_0 \left(1 - \frac{gz}{RT_0} \right) = 0 \rightarrow \frac{gz}{RT_0} = 1 \rightarrow z = \frac{RT_0}{g}$$

$$z = 8751.89 \text{ m}$$

$$p(z) = \frac{p_0}{2} \rightarrow \frac{p_0}{2} = p_0 \left(1 - \frac{gz}{RT_0} \right) \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{gz}{RT_0} \rightarrow z = \frac{RT_0}{2g}$$

$$z = 4375.95 \text{ m}$$

2. Koliko se mora promijeniti srednja temperatura sloja zraka ako se pri povećanju tlaka na srednjoj razini mora od 5 hPa geopotencijal 500 hPa plohe poveća za 50 gpm? Početna srednja temperatura sloja je 260 K, a početni tlak na razini mora iznosi 1000 hPa.

Rješenje:

$$\Delta p_0 = 5 \text{ hPa}$$

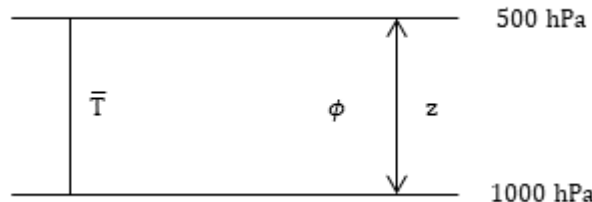
$$\Delta \phi = 50 \text{ gpm} = 490 \text{ J kg}^{-1}$$

$$p_{01} = 1000 \text{ hPa}$$

$$\bar{T}_1 = 260 \text{ K}$$

$$p = 500 \text{ hPa}$$

$$R = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$



$$1) p_{01} = p e^{\frac{\phi_1}{R\bar{T}_1}} \quad /: p$$

$$\frac{p_{01}}{p} = e^{\frac{\phi_1}{R\bar{T}_1}} \quad / \ln$$

$$\ln \frac{p_{01}}{p} = \frac{\phi_1}{R\bar{T}_1}$$

$$\phi_1 = R\bar{T}_1 \ln \frac{p_{01}}{p}$$

$$2) p_{02} = p e^{\frac{\phi_2}{R\bar{T}_2}} = p e^{\frac{\phi_1 + \Delta\phi}{R(\bar{T}_1 + \Delta T)}} \quad /: p$$

$$\frac{p_{02}}{p} = e^{\frac{\phi_1 + \Delta\phi}{R(\bar{T}_1 + \Delta T)}} \quad / \ln$$

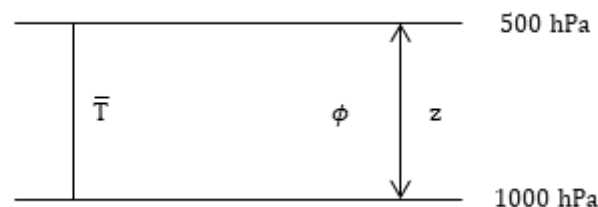
$$\ln \frac{p_{02}}{p} = \frac{\phi_1 + \Delta\phi}{R(\bar{T}_1 + \Delta T)}$$

$$\Delta \bar{T} = ?$$

$$p_0 = p_{NN} = p(z) e^{\frac{g}{R\bar{T}} z}, \quad gz = \phi$$

$$p_0 = p(z) e^{\frac{\phi}{R\bar{T}}}$$

2. Koliko se mora promijeniti srednja temperatura sloja zraka ako se pri povećanju tlaka na srednjoj razini mora od 5 hPa geopotencijal 500 hPa plohe poveća za 50 gpm? Početna srednja temperatura sloja je 260 K, a početni tlak na razini mora iznosi 1000 hPa.



$$\ln \frac{p_{02}}{p} = \frac{\phi_1 + \Delta\phi}{R(\bar{T}_1 + \Delta T)}$$

$$\Delta T = \frac{1}{R} \frac{\phi_1 + \Delta\phi}{\ln \left(\frac{p_{01} + \Delta p}{p} \right)} - \bar{T}_1 \leftarrow \phi_1 = R\bar{T}_1 \ln \frac{p_{01}}{p}$$

$$R(\bar{T}_1 + \Delta T) = \frac{\phi_1 + \Delta\phi}{\ln \frac{p_{02}}{p}} = \frac{\phi_1 + \Delta\phi}{\ln \left(\frac{p_{01} + \Delta p}{p} \right)} \quad /: R$$

$$\Delta T = \frac{1}{R} \frac{R\bar{T}_1 \ln \frac{p_{01}}{p} + \Delta\phi}{\ln \left(\frac{p_{01} + \Delta p}{p} \right)} - \bar{T}_1$$

$$\bar{T}_1 + \Delta T = \frac{1}{R} \frac{\phi_1 + \Delta\phi}{\ln \left(\frac{p_{01} + \Delta p}{p} \right)} \leftarrow p_{02} = p_{01} + \Delta p$$

$$\Delta T = 0.6 \text{ K}$$

3. Meteorološka postaja A nalazi se na nadmorskoj visini 250 m te je na postaji izmjeren tlak 982 hPa i temperatura 12 °C. Na postaji B istovremeno je izmjeren tlak 975 hPa i temperatura 10 °C. Kolika je nadmorska visina postaje B?

Rješenje:

$$z_A = 250 \text{ m}$$

$$p_A = 982 \text{ hPa}$$

$$T_A = 285.15 \text{ K}$$

$$p_B = 975 \text{ hPa}$$

$$T_B = 283.15 \text{ K}$$

$$z_B = ?$$

$$R = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Srednja temperatura sloja: } \bar{T} = \frac{T_A + T_B}{2} = 284.15 \text{ K}$$

Uvažavajući hidrostaticku ravnotežu ($\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$) te jednadžbu stanja idealnog plina ($p = \rho R T$) dobivamo izraz:

$$\frac{1}{p} \partial p = -\frac{g}{R \bar{T}} \partial z$$

Integracija od A do B uz korištenje srednje temperature sloja $\bar{T}$ daje:

$$\ln \left(\frac{p_B}{p_A} \right) = -\frac{g}{R \bar{T}} (z_B - z_A)$$

$$\ln \left(\frac{p_A}{p_B} \right) = \frac{g}{R \bar{T}} (z_B - z_A)$$

$$\Delta z = z_B - z_A = \frac{R \bar{T}}{g} \ln \left(\frac{p_A}{p_B} \right)$$

$$z_B = \frac{R \bar{T}}{g} \ln \left(\frac{p_A}{p_B} \right) + z_A = 309.47 \text{ m}$$

4. Dva susjedna stupca zraka pri tlu imaju iste tlakove $p_{01} = p_{02} = 1000 \text{ hPa}$, ali imaju različite temperature. Kolika je razlika tlakova u stupcima na visini od 1 km ako u prvom stupcu temperatura opada prema zakonu $T_1 = T_{01} - \gamma_1 z$, a u drugom $T_2 = T_{02} - \gamma_2 z$, gdje je $T_{01} = 270 \text{ K}$, $\gamma_1 = 0.5 \text{ °C/100 m}$, $T_{02} = 280 \text{ K}$, $\gamma_2 = 0.1 \text{ °C/100 m}$?

Rješenje:

$$p_{01} = p_{02} = 1000 \text{ hPa}$$

$$T_{01} = 270 \text{ K}$$

$$T_{02} = 280 \text{ K}$$

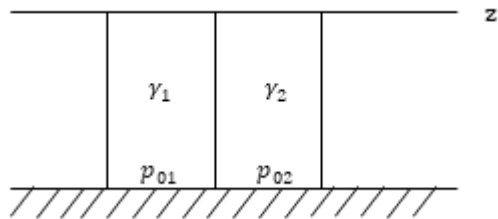
$$h = 1 \text{ km}$$

$$\gamma_1 = 0.5 \text{ °C/100 m}$$

$$\gamma_2 = 0.1 \text{ °C/100 m}$$

$$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$$

$$R = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$



$$\partial p = -\frac{gp}{RT} \partial z \rightarrow \frac{\partial p}{p} = -\frac{g}{RT} \partial z$$

$$\frac{\partial p}{p} = -\frac{g}{R(T_0 - \gamma z)} \partial z \quad / \quad \int_{p_0, z=0}^{p(z), h}$$

$$\ln \frac{p(z)}{p_0} = -\frac{g}{R} \int_{z=0}^h \frac{\partial z}{T_0 - \gamma z}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_0 - \gamma z = x, \quad z=0 \rightarrow x = T_0 \\ -\gamma \partial z = \partial x, \quad z=h \rightarrow x = T_0 - \gamma h \end{array} \right\}$$

$$\ln \frac{p(z)}{p_0} = -\frac{g}{R} \int_{T_0}^{T_0 - \gamma h} \left(-\frac{1}{\gamma} \right) \cdot \frac{\partial x}{x} = \frac{g}{R\gamma} \ln \frac{T_0 - \gamma h}{T_0}$$

$$\Delta p(z = 1 \text{ km}) = ?$$

- Hidrostatička ravnoteža:

$$\partial p = -\rho g \partial z$$

- Jednadžba stanja idealnog plina:

$$p = \rho RT$$

$$p(z) = p_0 \cdot \left(\frac{T_0 - \gamma h}{T_0} \right)^{g/R\gamma}$$

$$\Delta p = p_2(z) - p_1(z)$$

$$\Delta p = p_{02} \cdot \left(\frac{T_{02} - \gamma_2 h}{T_{02}} \right)^{\frac{g}{R\gamma_2}} - p_{01} \cdot \left(\frac{T_{01} - \gamma_1 h}{T_{01}} \right)^{\frac{g}{R\gamma_1}}$$

$$\Delta p = 4.8 \text{ hPa}$$

5. Kako bi se tlak mijenjao s visinom kada bi temperatura bila eksponencijalna funkcija tlaka oblika $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^n$ gdje su T_0 i p_0 temperatura i tlak na nekom referentnom nivou, te $n = \text{const}$.

Rješenje:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^n, n = \text{const.}$$

$$p(z) = ?$$

- Hidrostatička ravnoteža:

$$\partial p = -\rho g \partial z$$

- Jednadžba stanja idealnog plina:

$$p = \rho RT$$

$$\partial p = -\frac{gp}{RT} \partial z \rightarrow \partial p = -\frac{gp}{RT_0} \left(\frac{p_0}{p}\right)^n \partial z$$

$$\partial p = -\frac{g}{RT_0} p^{1-n} p_0^n \partial z$$

$$p^{n-1} \partial p = -\frac{gp_0^n}{RT_0} \partial z \quad / \quad \int_{p_0, z=0}^{p(z), z}$$

$$\int_{p_0}^{p(z)} p^{n-1} dp = -\frac{gp_0^n}{RT_0} \int_0^z dz$$

$$\frac{1}{n} (p(z)^n - p_0^n) = -\frac{gp_0^n}{RT_0} z$$

$$p(z)^n = p_0^n - \frac{ngp_0^n}{RT_0} z = p_0^n \left(1 - \frac{ngz}{RT_0}\right)$$

$$p(z) = p_0 \left(1 - \frac{ngz}{RT_0}\right)^{1/n}$$

6. Nađite apsolutni geopotencijal 700 hPa plohe ako je srednja temperatura atmosfere 20 °C, a tlak na srednjoj razini mora 1015 hPa. Izrazite rezultat preko geopotencijalne visine.

Rješenje:

$$p = 700 \text{ hPa}$$

$$\bar{T} = 293.15 \text{ K}$$

$$p_0 = 1015 \text{ hPa}$$

$$\phi(700 \text{ hPa}) = ?$$

- Hidrostatička ravnoteža:

$$\partial p = -\rho g \partial z$$

- Jednadžba stanja idealnog plina:

$$p = \rho R T$$

$$\frac{\partial p}{p} = -\frac{g}{R\bar{T}} \partial z \quad / \quad \int_{p_0, z=0}^{p(z), z}$$

$$\ln \frac{p(z)}{p_0} = -\frac{g}{R\bar{T}} z = -\frac{\phi}{R\bar{T}}$$

$$\phi = -R\bar{T} \ln \frac{p(z)}{p_0}$$

- Apsolutni geopotencijal [J kg⁻¹]

$$\phi = 31261 \text{ J kg}^{-1}$$

- Geopotencijalna visina [gpm]

$$Z = \frac{\phi}{9.8} = 3190 \text{ gpm}$$

7. Kolika je temperatura na 500 mbar plohi ako je visina relativne topografije $RT_{1000}^{500} = 5160$ gpm? Vertikalni temperaturni gradijent je konstantan u cijelom sloju i iznosi 0.65 °C/100 m.

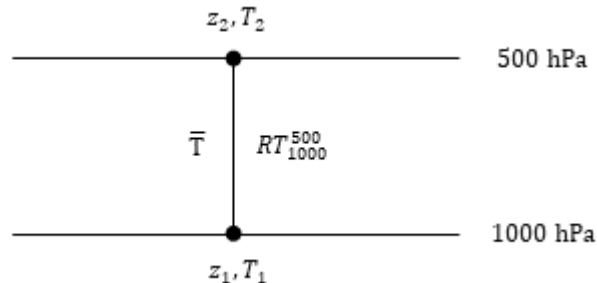
Rješenje:

$$p_2 = 500 \text{ mbar}$$

$$RT_{1000}^{500} = 5160 \text{ gpm}$$

$$\gamma = 0.65 \text{ °C/100 m}$$

$$T_2 = ?$$



$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = RT_{1000}^{500} = 5160 \text{ gpm} = 50568 \text{ J kg}^{-1}$$

$$\Delta\phi = g\Delta z$$

$$\Delta z = \frac{\Delta\phi}{g} = \frac{50568 \text{ J kg}^{-1}}{9.81 \text{ m s}^{-2}} = 5154.74 \text{ m} = 5.16 \text{ km}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\gamma \rightarrow T(z) = T_0 - \gamma z$$

$$\partial p = -\rho g \partial z = -\frac{gp}{RT} \partial z$$

$$\frac{\partial p}{p} = -\frac{g}{RT} \partial z \quad / \quad \int_{p_1, z_1}^{p_2, z_2}$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{g}{R\bar{T}} (z_2 - z_1) = -\frac{g\Delta z}{R\bar{T}} = -\frac{\Delta\phi}{R\bar{T}}$$

$$\bar{T} = -\frac{\Delta\phi}{R \ln \frac{p_2}{p_1}} = 254.2 \text{ K}$$

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} \rightarrow 2\bar{T} = T_1 + T_2 = T_1 + T_1 - \gamma z = 2T_1 - \gamma z$$

$$\bar{T} = T_1 - \frac{\gamma z}{2} \rightarrow T_1 = \bar{T} + \frac{\gamma z}{2}$$

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} \rightarrow T_2 = 2\bar{T} - T_1 = 2\bar{T} - \bar{T} - \frac{\gamma z}{2}$$

$$T_2 = \bar{T} - \frac{\gamma z}{2}$$

$$T_2 = T_{500 \text{ hPa}} = 237.45 \text{ K}$$

8. Kako se mijenja tlak u smjeru osi x na visini od 5.5 km ako se tlak pri tlu ne mijenja u smjeru osi x? Srednja temperatura sloja od tla do točke A u kojoj je tlak 500 hPa je 273 K, a promjena srednje temperature duž osi x iznosi 1 K/100 km.

Rješenje:

$$z = 5.5 \text{ km}$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial x} = 0$$

$$p(z) = 500 \text{ hPa}$$

$$\bar{T} = 273 \text{ K}$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{1 \text{ K}}{100 \text{ km}}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = ?$$

- Hidrostaticka ravnoteža i jednačba stanja idealnog plina:

$$\partial p = -\rho g \partial z = -\frac{gp}{RT} \partial z$$

$$\frac{\partial p}{p} = -\frac{g}{RT} \partial z \quad / \quad \int_{p_0, z=0}^{p(z), z}$$

$$\ln \frac{p(z)}{p_0} = -\frac{g}{R\bar{T}} z \quad / \quad \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\ln \frac{p(z)}{p_0} = \ln p(z) - \ln p_0$$

$$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial x} = -\frac{gz}{R} \left(-\frac{1}{\bar{T}^2} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{gzp}{R\bar{T}^2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1.26 \text{ hPa}}{100 \text{ km}}$$

9. Pokažite kakav treba biti vertikalni temperaturni gradijent γ u mirnoj i suhoj atmosferi kako bi atmosfera bila homogena.

Rješenje:

- Uvjet za homogenu atmosferu:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = 0$$

$$p = \rho R T \quad \ln p = \ln \rho + \ln R + \ln T \quad \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g, \quad p = \rho R T$$

$$-\frac{\rho g}{\rho R T} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{\rho g}{R T} - \frac{\rho}{T} \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\rho}{T} \left(\frac{g}{R} + \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = 0$$

$$0 = -\frac{\rho}{T} \left(\frac{g}{R} + \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{g}{R} = -0.03418 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -3.42 \frac{^{\circ}\text{C}}{100 \text{ m}}$$

$$\gamma = -\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{3.42^{\circ}\text{C}}{100 \text{ m}}$$