

5 Termodinamika suhog zraka

Vježbe iz Dinamičke meteorologije 1

Prvi stavak termodinamike

Toplina Q je energija koja je prenesena na tijelo pri zagrijavanju tog tijela. Malu količinu topline koju prima tijelo mase m označavamo s δQ , gdje je δ oznaka za geometrijski diferencijal.

Tijelo primljenu toplinu može utrošiti na povećanje unutarnje energije (U) i na obavljanje rada (W):

$$\delta Q = dU + dW$$

U slučaju idealnog plina, unutarnja energija jednaka je kinetičkoj energiji plina te ovisi samo o njegovoj temperaturi:

$$dU = mc_v (T)dT$$

gdje je m masa plina, $c_v (T)$ specifični toplinski kapacitet idealnog plina pri konstantnom volumenu.

Za raspon temperatura u atmosferi, specifični toplinski kapacitet idealnog plina je približno konstantan, pa pretpostavljamo da je $c_v = \text{const}$. Isto vrijedi i za specifični toplinski kapacitet pri konstantom tlaku c_p .

Entropija i drugi stavak termodinamike

Entropija S [J/K] je omjer male količine dodane topline i temperature pri kojoj se dodaje toplina. Za idealne, reverzibilne procese, promjena entropije izražava se drugim stavkom termodinamike:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

gdje je dS promjena entropije, δQ mala količina topline koja se dodaje termodinamičkom sustavu, a T temperatura pri kojoj sustav prima toplotu.

Treći stavak termodinamike

$$\lim_{T \rightarrow 0} c(T) = 0$$

$C(T)$ je toplinski kapacitet koji mora iščezavati pri temperaturi koja je jednaka apsolutnoj nuli.

Entalpija

Entalpija H [J] je termodinamička varijabla definirana kao zbroj unutarnje energije te umnoška tlaka i volumena.

$$H = U + pV$$

Helmholtzova i Gibbsova slobodna energija

Gibbsova slobodna energija G [J] funkcija je stanja termodinamičkog sustava.

$$G = H - TS = U - TS + pV$$

Helmholtzova slobodna energija F [J] je termodinamička varijabla definirana pomoću unutarnje energije, temperature i entropije.

$$F = U - TS$$

Vrste termodinamičkih procesa

Reverzibilni termodinamički procesi su ravnotežni procesi na kraju kojih se sustav i okolina mogu dovesti u početno stanje bez ikakvih promjena. Takav se proces mora odvijati relativno sporo kako bi sustav imao dovoljno vremena postići ravnotežno stanje. Stoga su reverzibilni procesi kvazistatički procesi.

Pod ravnotežne termodinamičke procese pripadaju:

- izotermni ($T = \text{const.}$) procesi
- izosterni ($\alpha = \text{const.}$) procesi
- izobarni ($p = \text{const.}$) procesi
- adijabatski procesi

Nakon ireverzibilnog procesa termodinamički sustav se ne može vratiti u početno stanje bez promjene.

Adijabatski procesi

Tijekom adijabatskih procesa termodinamički sustav ne razmjenjuje energiju (toplinu) s okolinom. Tada prvi stavak termodinamike ima oblik:

$$dU + dW = 0$$

Adijabatski procesi su ujedno i izentropni ($dS = 0$) $\rightarrow$ temperatura česti u adijabatskom procesu mijenja se samo zbog kompresije ili ekspanzije, a ne razmjene topline s okolinom.

Poissonova jednadžba $\rightarrow$ potencijalna temperatura sačuvana je u adijabatskom procesu ($\theta = \text{const.}$)

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$$

Jednadžba adijabatskog procesa

$$Tp^{-R/c_p} = \text{const.}$$

Politropni procesi

Definicija politropnog procesa uz općeniti specifični toplinski kapacitet c :

$$\delta q = c dT$$

Općeniti specifični toplinski kapacitet je toplina koju je potrebno dodati termodinamičkom sustavu jedinične mase kako bi mu se temperatura povećala za 1 K, pri čemu se mogu mijenjati tlak i volumen.

Koeficijent politropije

$$\nu = \frac{c_p - c}{c_v - c}$$

Iz prvog stavka termodinamike slijede Emdenove jednadžba politropnog procesa:

$$T\alpha^{\nu-1} = \text{const.}$$

$$T^\nu p^{1-\nu} = \text{const.}$$

$$p\alpha^\nu = \text{const.}$$

Termodinamika suhog zraka

Prvi stavak termodinamike

$$\delta q = c_{vd} dT + p d\alpha$$

gdje je δq dodana toplina po jedinici mase, $c_{vd} = 718 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ specifični toplinski kapacitet suhog zraka pri konstantnom volumenu.

Jednadžba stanja idealnog plina

$$p\alpha = R_d T$$

gdje je $R_d = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ specifična plinska konstanta suhog zraka.

Mayerova relacija

$$c_{pd} = c_{vd} + R_d = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

gdje je c_{pd} specifični toplinski kapacitet suhog zraka pri konstantnom tlaku.

Primjeri i zadatci

1. Pri temperaturi od $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ i tlaku od 980 hPa uzorku suhoga zraka mase 10 g dodaje se 20 J topline. Koliko će se pritom promijeniti temperatura uzorka ako se tlak smanji za 70 hPa ?
2. Uzorak suhog zraka mase 1 kg u početku se nalazi pri temperaturi $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ i tlaku od 1000 hPa . Koliko je topline potrebno dodati uzorku kako bi se tlak smanjio za 50 hPa , a temperatura porasla za $16.9\text{ }^{\circ}\text{C}$?
3. Uzorak suhog zraka mase 2 kg dobije 1.5 kJ topline pri konstantnom volumenu, a zatim izgubi 1 kJ topline pri konstantnom tlaku. Koliko iznosi promjena temperature uzorka?
4. Koliko je topline potrebno da se temperatura suhog zraka pri konstantnom tlaku povisi za $5\text{ }^{\circ}\text{C}$?
5. Koliki rad učini 1 kg idealnog plina izotermnom promjenom stanja i koliko pritom iznosi razmjena topline s okolinom?

6. Uzorak suhog zraka mase 1 kg ima temperaturu 283 K i tlak 1000 hPa. Zbog razmjene topline s okolinom i zbog rada temperatura mu se smanji za 10 K, a tlak padne za 100 hPa. Kolika je promjena potencijalne temperature tog uzorka?

7. Pokažite da je $pV^{c_{pd}/c_{vd}} = \text{const.}$ za idealni plin koji je podvrgnut adijabatskom procesu.

8. Čest zraka volumena V dobije 50 J topline. Koliko će se promijeniti entalpija česti ako se tlak ne mijenja?

9. Temperatura suhe česti zraka na nivou $p = 1000$ hPa je -3°C . Kolika je temperatura česti pri tlaku 700 hPa ako se čest na taj nivo podigne politropnim procesom? Politropni toplinski koeficijent iznosi $c = 400 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

10. Nađite vezu između potencijalne temperature suhog zraka i diferencijala specifične entropije.

11. Koliki rad izvrši 1 kg suhog zraka ako se adijabatski proširi na 2 puta veći volumen? Početna temperatura iznosi 0 °C.

12. Čest zraka jedinične mase kvazistatički se diže, te prima od okolnog zraka 2090 J kg⁻¹ svakih 100 m. Koliki je politropni eksponent ν ?

Rješenja zadataka

1. Pri temperaturi od 10 °C i tlaku od 980 hPa uzorku suhoga zraka mase 10 g dodaje se 20 J topline. Koliko će se pritom promijeniti temperatura uzorka ako se tlak smanji za 70 hPa?

Rješenje:

$$T = 10\text{ °C} = 283.15\text{ K}$$

$$p = 980\text{ hPa}$$

$$m = 10\text{ g} = 0.01\text{ kg}$$

$$\Delta Q = 20\text{ J}$$

$$\Delta p = 70\text{ hPa}, p_2 = p_1 - \Delta p \rightarrow p_2 - p_1 = -\Delta p$$

$$\Delta T = ?$$

- Prvi stavak termodinamike:

$$\delta Q = m(c_{pd}dT - \alpha dp)$$

$$c_{pd} = 1005\text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}, R = 287\text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$\Delta Q = m(c_{pd}\Delta T - \alpha\Delta p)$$

$$mc_{pd}\Delta T = \Delta Q + m\alpha\Delta p$$

$$mc_{pd}\Delta T = \Delta Q + m\alpha(p_2 - p_1)$$

$$\Delta T = \frac{1}{mc_{pd}} \left[\Delta Q + m \frac{RT}{p} (-\Delta p) \right]$$

$$\Delta T = -3.786\text{ K}$$

2. Uzorak suhog zraka mase 1 kg u početku se nalazi pri temperaturi 0 °C i tlaku od 1000 hPa. Koliko je topline potrebno dodati uzorku kako bi se tlak smanjio za 50 hPa, a temperatura porasla za 16.9 °C?

Rješenje:

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$T = 0 \text{ °C} = 273.15 \text{ K}$$

$$p = 1000 \text{ hPa}$$

$$\Delta p = 50 \text{ hPa}, \quad p_2 = p_1 - \Delta p$$

$$\Delta T = 16.9 \text{ °C} = 16.9 \text{ K}, \quad T_2 = T_1 + \Delta T$$

$$\Delta Q = ?$$

- Prvi stavak termodinamike:

$$\delta Q = m(c_{pd}dT - \alpha dp) \quad /: m$$

$$\frac{\delta Q}{m} = \delta q = c_{pd}dT - \alpha dp$$

$$\Delta q = c_{pd}\Delta T - \alpha\Delta p = c_{pd}\Delta T - \frac{RT}{p}\Delta p$$

$$\Delta q = c_{pd}(T_2 - T_1) - \frac{RT}{p}(p_2 - p_1)$$

$$\Delta q = c_{pd}\Delta T - \frac{RT}{p}(-\Delta p)$$

$$\Delta q = c_{pd}\Delta T + \frac{RT}{p}\Delta p$$

$$\Delta q = 20.9 \text{ kJ kg}^{-1}$$

3. Uzorak suhog zraka mase 2 kg dobije 1.5 kJ topline pri konstantnom volumenu, a zatim izgubi 1 kJ topline pri konstantnom tlaku. Koliko iznosi promjena temperature uzorka?

Rješenje:

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$1) \quad \alpha = \frac{V}{m} = \text{const.} \rightarrow \Delta Q_1 = 1.5 \text{ kJ}$$

$$2) \quad p = \text{const.} \rightarrow \Delta Q_2 = -1 \text{ kJ}$$

$$\Delta T = ?$$

- Prvi stavak termodinamike:

$$\delta Q = m(c_{pd}dT - \alpha dp) = m(c_{vd}dT + p d\alpha)$$

- Specifični toplinski kapaciteti pri konstantnom tlaku i volumenu

$$c_{pd} = 1005 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$c_{vd} = 718 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$\Delta Q_1 = m(c_{vd}\Delta T_1 + p\Delta\alpha) = mc_{vd}\Delta T_1$$
$$\Delta T_1 = \frac{\Delta Q_1}{mc_{vd}}$$

$$\Delta Q_2 = m(c_{pd}\Delta T_2 - \alpha\Delta p) = mc_{pd}\Delta T_2$$
$$\Delta T_2 = \frac{\Delta Q_2}{mc_{pd}}$$

$$\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 = \frac{\Delta Q_1}{mc_{vd}} + \frac{\Delta Q_2}{mc_{pd}}$$
$$\Delta T = \frac{1}{m} \left(\frac{\Delta Q_1}{c_{vd}} + \frac{\Delta Q_2}{c_{pd}} \right)$$

$$\Delta T = 0.547 \text{ K} = 0.547 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

4. Koliko je topline potrebno da se temperatura suhog zraka pri konstantnom tlaku povisi za 5 °C?

Rješenje:

$$p = \text{const.}$$

$$\Delta T = 5 \text{ °C} = 5 \text{ K}$$

$$\Delta Q = ?$$

- Prvi stavak termodinamike:

$$\delta Q = m(c_{pd}dT - \alpha dp), \quad dp = 0$$

$$\frac{\delta Q}{m} = \delta q = c_{pd}dT$$

$$\Delta q = c_{pd}\Delta T = 1005 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1} \cdot 5 \text{ K}$$

$$\Delta q = 5025 \text{ J kg}^{-1}$$

5. Koliki rad učini 1 kg idealnog plina izotermnom promjenom stanja i koliko pritom iznosi razmjena topline s okolinom?

Rješenje:

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$T = \text{const.}$$

$$W = ?$$

$$\Delta Q = ?$$

$$\delta Q = dU + dW = mc_v dT + mp d\alpha$$

$$dT = 0$$

$$\delta Q = dW$$

$$dW = mp d\alpha / \int$$

$$W_2 - W_1 = m \int_1^2 p d\alpha, \quad p\alpha = RT$$
$$W_2 - W_1 = m \int_1^2 \frac{RT}{\alpha} d\alpha = mRT \int_1^2 \frac{d\alpha}{\alpha}$$

$$W_1 = 0$$

$$W = mRT \ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1} /: m = 1 \text{ kg}$$

$$\frac{W}{m} = w = RT \ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

6. Uzorak suhog zraka mase 1 kg ima temperaturu 283 K i tlak 1000 hPa. Zbog razmjene topline s okolinom i zbog rada temperatura mu se smanji za 10 K, a tlak padne za 100 hPa. Kolika je promjena potencijalne temperature tog uzorka?

Rješenje:

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$T_1 = 283 \text{ K}$$

$$p_1 = 1000 \text{ hPa}$$

$$\Delta T = -10 \text{ K}$$

$$\Delta p = -100 \text{ hPa}$$

$$\Delta \theta = ?$$

$$\theta_1 = T_1 \left(\frac{p_0}{p} \right)^{R/c_{pd}} \rightarrow \theta_1 = T_1 \left(\frac{1000 \text{ hPa}}{1000 \text{ hPa}} \right)^{R/c_{pd}}$$

$$\theta_1 = T_1 = 283 \text{ K}$$

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 - \Delta p \\ T_2 &= T_1 - \Delta T \end{aligned}$$

$$\theta_2 = (T_1 - \Delta T) \cdot \left(\frac{p_0}{p_1 - \Delta p} \right)^{\frac{R}{c_{pd}}} = 281.34$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1$$

$$\Delta \theta = -1.66 \text{ K}$$

7. Pokažite da je $pV^{c_{pd}/c_{vd}} = \text{const.}$ za idealni plin koji je podvrgnut adijabatskom procesu.

Rješenje:

Adijabatski proces:

$$\delta q = c_{pd}dT - \alpha dp = 0$$

$$\delta q = c_{vd}dT + pd\alpha = 0$$

$$c_{pd}dT - \alpha dp = 0 \text{ \& } dT = -\frac{pd\alpha}{c_{vd}}$$

$$c_{pd} \left(-\frac{pd\alpha}{c_{vd}} \right) - \alpha dp = 0$$

$$-\frac{c_{pd}}{c_{vd}} \cdot \frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{dp}{p}$$

$$-\frac{c_{pd}}{c_{vd}} \cdot \frac{d(V/m)}{V/m} = \frac{dp}{p}$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{c_{pd}}{c_{vd}} \frac{dV}{V} \quad / \quad \int_1^2$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{c_{pd}}{c_{vd}} \ln \frac{V_2}{V_1} \rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{-\frac{c_{pd}}{c_{vd}}}$$

$$p_2 V_2^{\frac{c_{pd}}{c_{vd}}} = p_1 V_1^{\frac{c_{pd}}{c_{vd}}}$$

$$pV^{\frac{c_{pd}}{c_{vd}}} = \text{const.}$$

8. Čest zraka volumena V dobije 50 J topline. Koliko će se promijeniti entalpija česti ako se tlak ne mijenja?

Rješenje:

$$\Delta Q = 50 \text{ J}$$

$$p = \text{const.}$$

$$dH = ?$$

• Entalpija: $H = U + pV \text{ } /: m \rightarrow h = u + p\alpha \text{ } / d$

$$dh = du + p d\alpha + \alpha dp = \delta q + \alpha dp, \quad dp = 0$$

$$dh = \delta q \text{ } / \cdot m$$

$$dH = \delta Q = 50 \text{ J}$$

9. Temperatura suhe česti zraka na nivou $p = 1000 \text{ hPa}$ je -3°C . Kolika je temperatura česti pri tlaku 700 hPa ako se čest na taj nivo podigne politropnim procesom? Politropni toplinski koeficijent iznosi $c = 400 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Rješenje:

$$p_1 = 1000 \text{ hPa}$$

$$T_1 = -3^\circ\text{C} = 270.15 \text{ K}$$

$$p_2 = 700 \text{ hPa}$$

$$c = 400 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}, c_{pd} = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$T_2 = ?$$

- Politropni proces: $\delta q = c dT$

- Prvi stavak termodinamike:

$$\delta q = c_{pd} dT - \alpha dp$$

$$c dT = c_{pd} dT - \alpha dp$$

$$(c - c_{pd}) dT = -\alpha dp = -\frac{RT}{p} dp$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{(c - c_{pd})} \frac{dp}{p} \quad / \quad \int_1^2$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{(c - c_{pd})} \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{R}{(c_{pd} - c)} \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R}{c_{pd} - c}}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R}{c_{pd} - c}} = 228.1 \text{ K}$$

10. Nađite vezu između potencijalne temperature suhog zraka i diferencijala specifične entropije.

Rješenje:

- Specifična entropija: $ds = \frac{\delta q}{T}$
- Prvi stavak termodinamike:
 $\delta q = c_{pd}dT - \alpha dp \quad /: T$

$$\frac{\delta q}{T} = c_{pd} \frac{dT}{T} - \frac{\alpha}{T} dp = c_{pd} \frac{dT}{T} - \frac{RT}{p} \frac{dp}{T}$$

$$ds = c_{pd} \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{R/c_{pd}} \quad / \ln$$

$$\ln \theta = \ln T + \frac{R}{c_{pd}} \ln p_0 - \frac{R}{c_{pd}} \ln p \quad / d$$

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} - \frac{R}{c_{pd}p} dp \quad / \cdot c_{pd}$$

$$c_{pd} \frac{d\theta}{\theta} = c_{pd} \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

$$ds = c_{pd} \frac{d\theta}{\theta} = c_{pd} d(\ln \theta)$$

11. Koliki rad izvrši 1 kg suhog zraka ako se adijabatski proširi na 2 puta veći volumen?
Početna temperatura iznosi 0 °C.

Rješenje:

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$\theta = \text{const.}$$

$$V_2 = 2V_1$$

$$T = 0 \text{ °C} = 273.15 \text{ K}$$

$$W = ?$$

• Adijabatski proces:

$$\delta q = c_{vd}dT + pd\alpha = 0 \rightarrow c_{vd}dT = -pd\alpha$$

$$c_{vd}dT = -pd\alpha = -\frac{RT}{\alpha}d\alpha \quad /: T$$

$$c_{vd} \frac{dT}{T} = -R \frac{d\alpha}{\alpha} \quad / \int_1^2$$

$$c_{vd} \ln \frac{T_2}{T_1} = -R \ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \quad /: c_{vd}$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_{vd}} \ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^{-\frac{R}{c_{vd}}} = T_1 \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{\frac{R}{c_{vd}}}$$

$$\alpha = \frac{V}{m} \rightarrow \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{V_1 m_2}{V_2 m_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{R}{c_{vd}}}$$

$$dW = mpd\alpha = -mc_{vd}dT \quad / \int_1^2$$

$$W_2 - W_1 = -mc_{vd}(T_2 - T_1) = mc_{vd}(T_1 - T_2)$$

$$W_1 = 0$$

$$W_2 = W = mc_{vd}T_1 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{R}{c_{vd}}} \right) = 47460.5 \text{ J}$$

12. Čest zraka jedinične mase kvazistatički se diže, te prima od okolnog zraka 2090 J kg^{-1} svakih 100 m . Koliki je politropni eksponent ν ?

Rješenje:

$$\frac{\dot{d}q}{dz} = \frac{2090 \text{ J kg}^{-1}}{100 \text{ m}}$$

$\nu = ?$

- Politropni eksponent: $\nu = \frac{c_{pd} - c}{c_{vd} - c}$
- Politropni proces: $\dot{d}q = c dT$
- Prvi stavak termodinamike: $\dot{d}q = c_{pd} dT - \alpha dp$

$$\begin{aligned} c dT &= c_{pd} dT - \alpha dp \\ (c_{pd} - c) dT &= \alpha dp \\ (c_{pd} - c) dT &= \frac{RT}{p} dp \quad /: T \\ (c_{pd} - c) \frac{dT}{T} &= R \frac{dp}{p} \\ c_{pd} - c &= \frac{RT}{p} \frac{dp}{dT} = \frac{RT}{p} \frac{dp}{dz} \frac{dz}{dT} \end{aligned}$$

- Hidrostatička ravnoteža:

$$c_{pd} - c = \frac{RT}{p} \cdot (-\rho g) \frac{dz}{dT} = -\alpha \rho g \frac{dz}{dT} = -g \frac{dz}{dT}$$

$$c_{pd} - c = -\frac{g}{\frac{dT}{dz}}$$

$$c = c_{pd} + \frac{g}{\frac{dT}{dz}}$$

$$\dot{d}q = c_{pd} dT - \alpha dp \quad /: dz$$

$$\frac{\dot{d}q}{dz} = c_{pd} \frac{dT}{dz} - \alpha \frac{dp}{dz} = c_{pd} \frac{dT}{dz} - \alpha(-\rho g)$$

$$\frac{\dot{d}q}{dz} = c_{pd} \frac{dT}{dz} + g$$

12. Čest zraka jedinične mase kvazistatički se diže, te prima od okolnog zraka 2090 J kg^{-1} svakih 100 m . Koliki je politropni eksponent ν ?

$$\frac{\dot{d}q}{dz} - g = c_{pd} \frac{dT}{dz} \quad /: c_{pd}$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{1}{c_{pd}} \left(\frac{\dot{d}q}{dz} - g \right)$$

$$c = c_{pd} + \frac{g}{\frac{dT}{dz}} = c_{pd} + \frac{g}{\frac{1}{c_{pd}} \left(\frac{\dot{d}q}{dz} - g \right)}$$

$$c = c_{pd} \left(1 + \frac{g}{\left(\frac{\dot{d}q}{dz} - g \right)} \right)$$

$$c = 1894 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}, \quad c_{pd} = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}, \quad c_{vd} = 718 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\nu = \frac{c_{pd} - c}{c_{vd} - c} = 0.76$$