

8 Meteorološki termodinamički dijagrami

Vježbe iz Dinamičke meteorologije 1

Meteorološki termodinamički dijagrami

- Omogućuju proučavanje termodinamičkih procesa.
 - Koordinate su termodinamičke varijable.
 - Sadrže izobare, izoterme, izolinije maksimalnog omjera miješanja, adijabate.
 - Reverzibilan proces u termodinamičkom dijagramu prikazan je zatvorenom krivuljom.
1. Površina na dijagramu koju zatvara krivulja cikličkog procesa mora biti proporcionalna utrošenoj energiji, tj. radu izvršenom u promatranom procesu.
 - faktor proporcionalnosti isti na cijelom dijagramu → pravi termodinamički dijagram
 2. Što veći broj izolinija trebaju biti pravci.
 3. Kut između izoterma i SA treba biti što veći.
 4. U donjoj troposferi kut između SA i MA treba biti što veći.

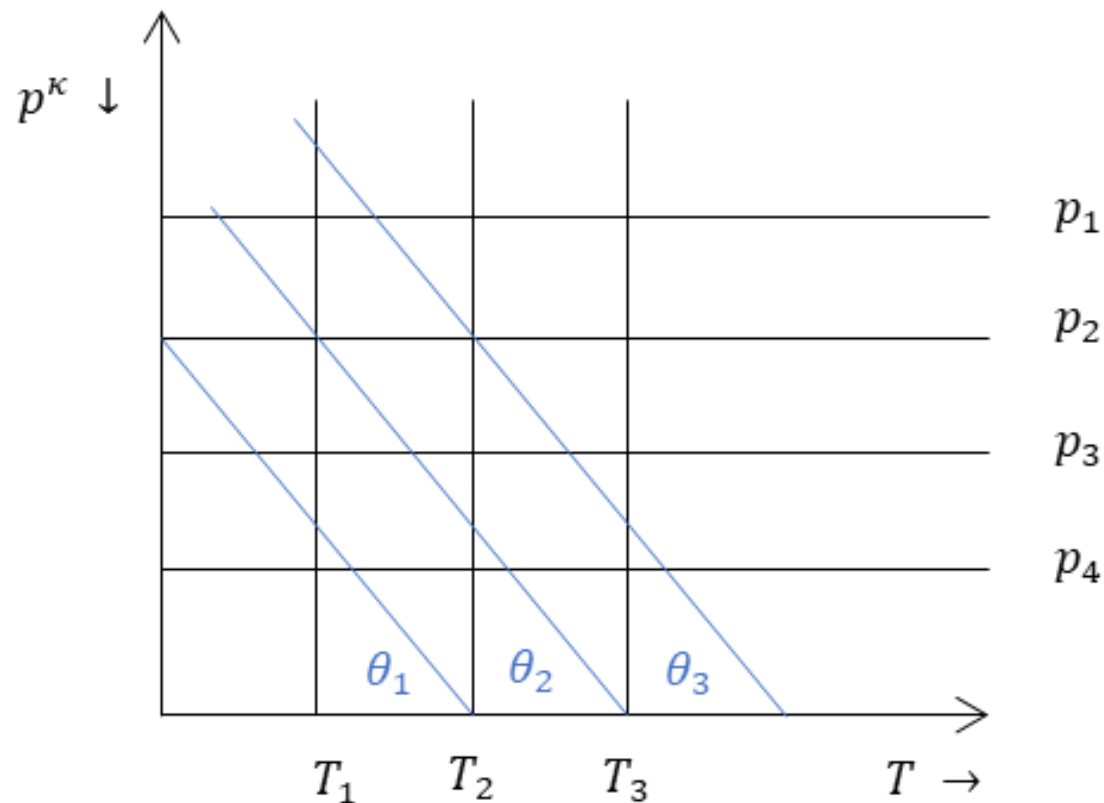
Stüvegram

- Stüvegram ili Stüve dijagram je adijabatički dijagram

- baza → adijabatička jednažba:

$$\theta = T \left(\frac{p_o}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}, \quad p_o = 1000 \text{ hPa}, \quad R = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$
$$c_p = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}, \quad \kappa = \frac{R}{c_p}$$

- koordinatne osi: T i p^κ
- adijabata: linija duž koje je $\theta = \text{const.}$



Tefigram

- Naziv nastao od originalnog imena „T- ϕ dijagram”, gdje je ϕ oznaka za entropiju

- baza $\rightarrow$ jednačba entropije:

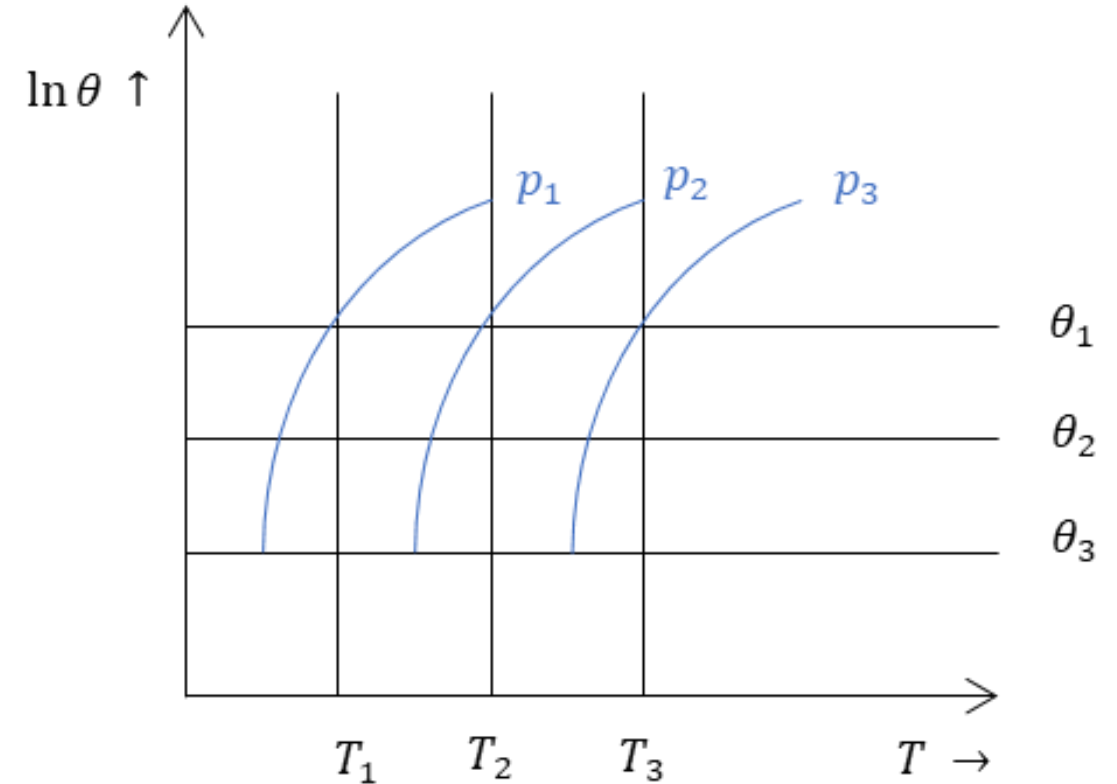
$$ds = \frac{\delta q}{T}, \quad ds = \frac{1}{T}(c_p dT - \alpha dp)$$

- Ukupna toplina u kružnom procesu:

$$\oint \delta q = \oint T ds = \oint T \frac{1}{T} (c_p dT - \alpha dp) = \oint c_p T d(\ln \theta)$$

(termodinamika suhog zraka 10. zadatak)

- koordinatne osi: T i $\ln \theta$
- najčešće se rotira tako da izobare budu približno horizontalne



Emagram

- *Energy per mass diagram*
- koordinatne osi: temperatura T i logaritam tlaka ($\ln p$)

$$dw = p d\alpha = R dT - \alpha dp$$

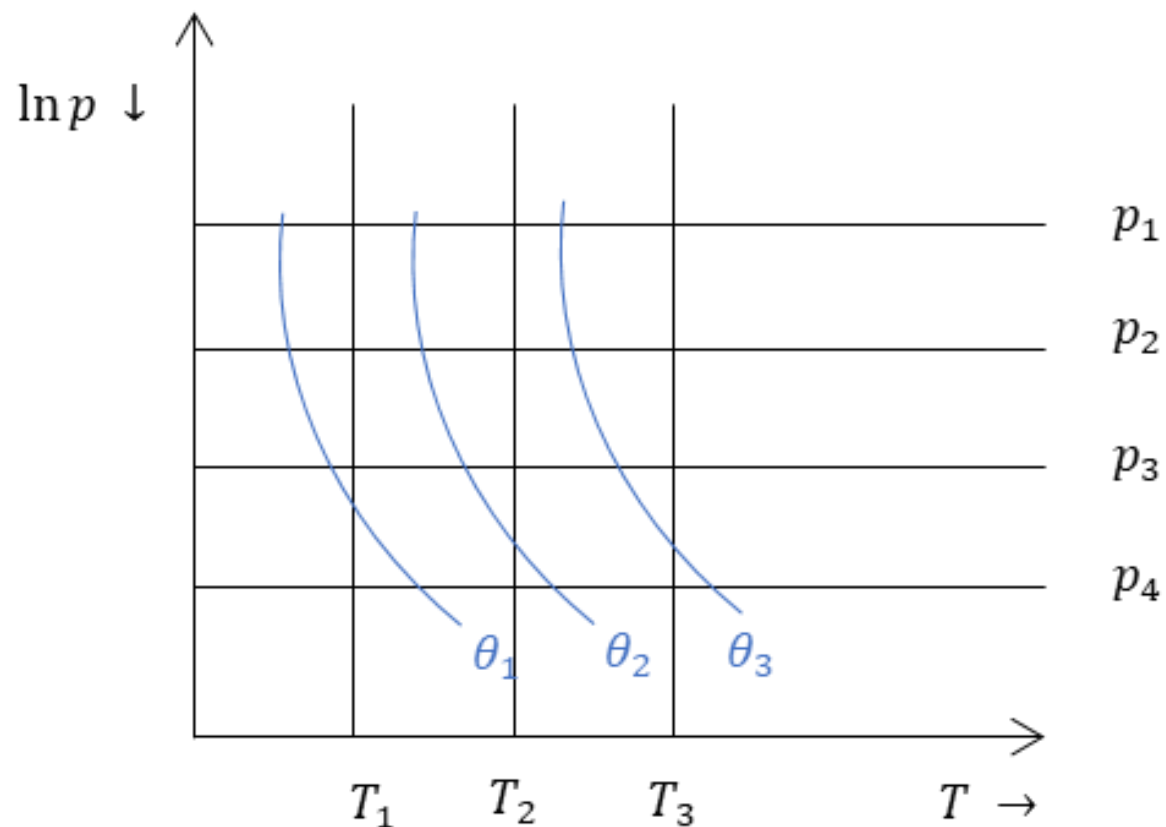
$$\alpha = \frac{RT}{p}$$

- Reverzibilni proces:

$$\oint dw = \oint R dT - \oint RT \frac{dp}{p} = -R \oint T d(\ln p)$$

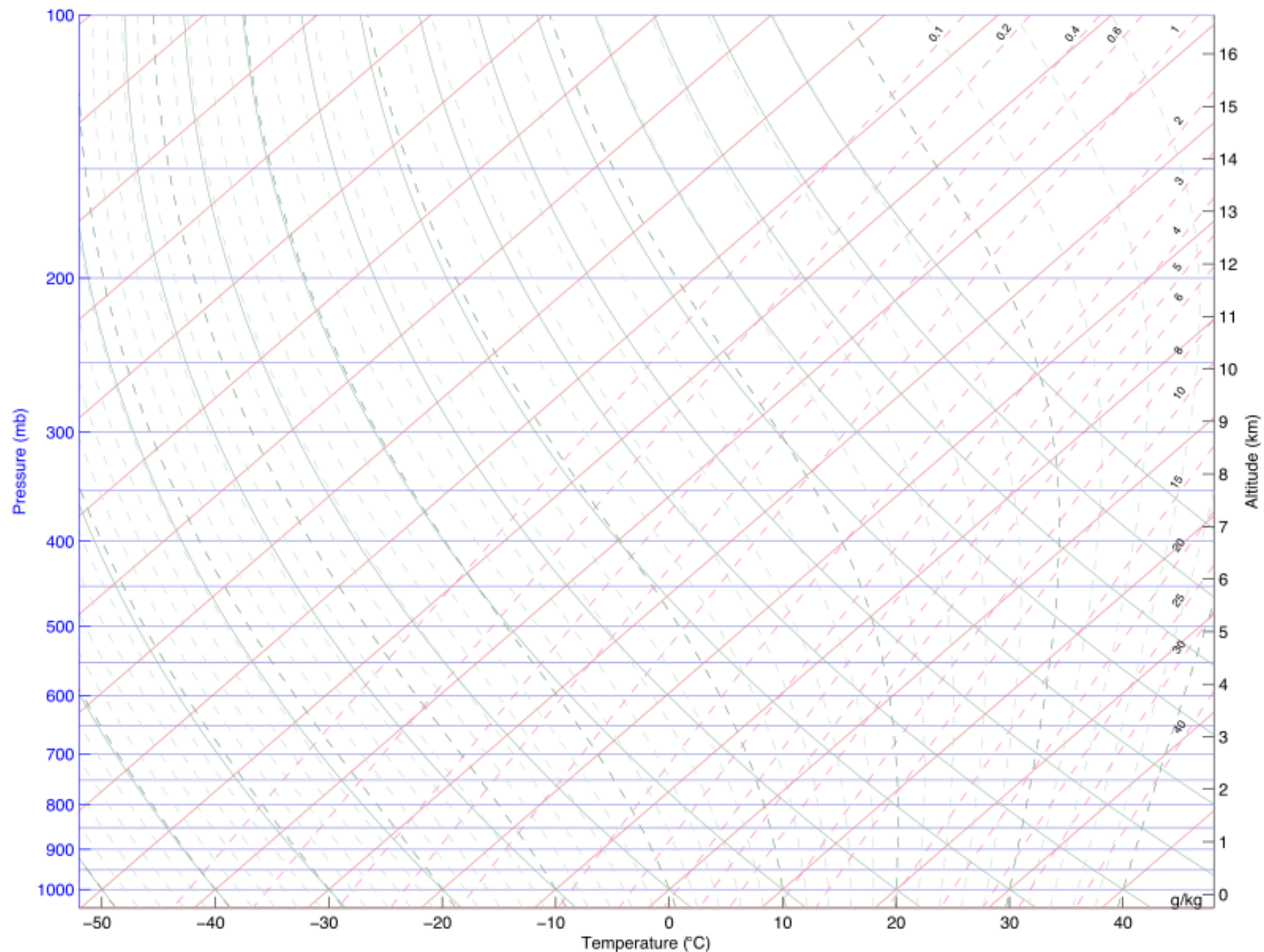
$$\oint R dT = 0$$

- Pravi termodinamički dijagram → područje unutar zatvorene krivulje proporcionalno je energiji uz istu konstantu proporcionalnosti na cijelom dijagramu



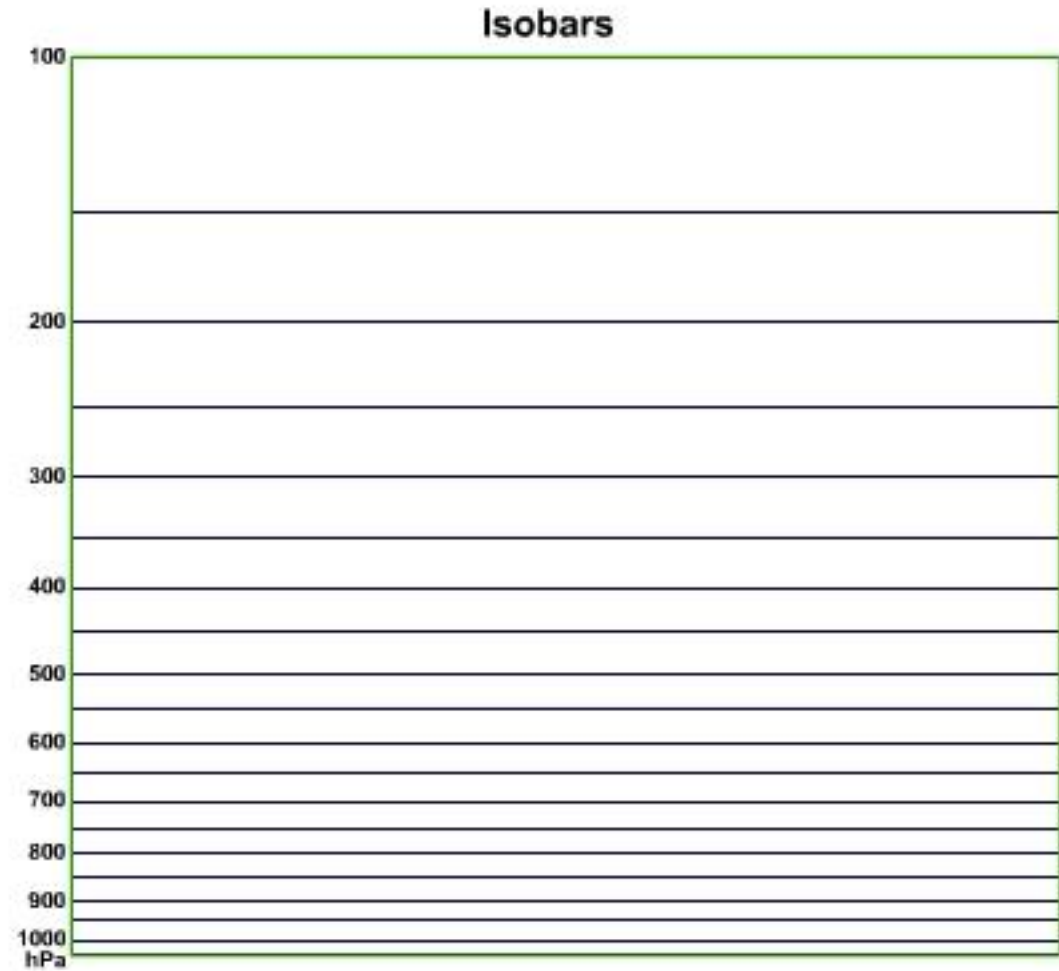
Emagram

- Kosi emagram: (*skew-T*) najčešće se koristi u praksi
→ linije tlaka i temperature nisu pod pravim kutom
- Pogledati:
<https://youtu.be/7p7c85hhg0o>



Emagram

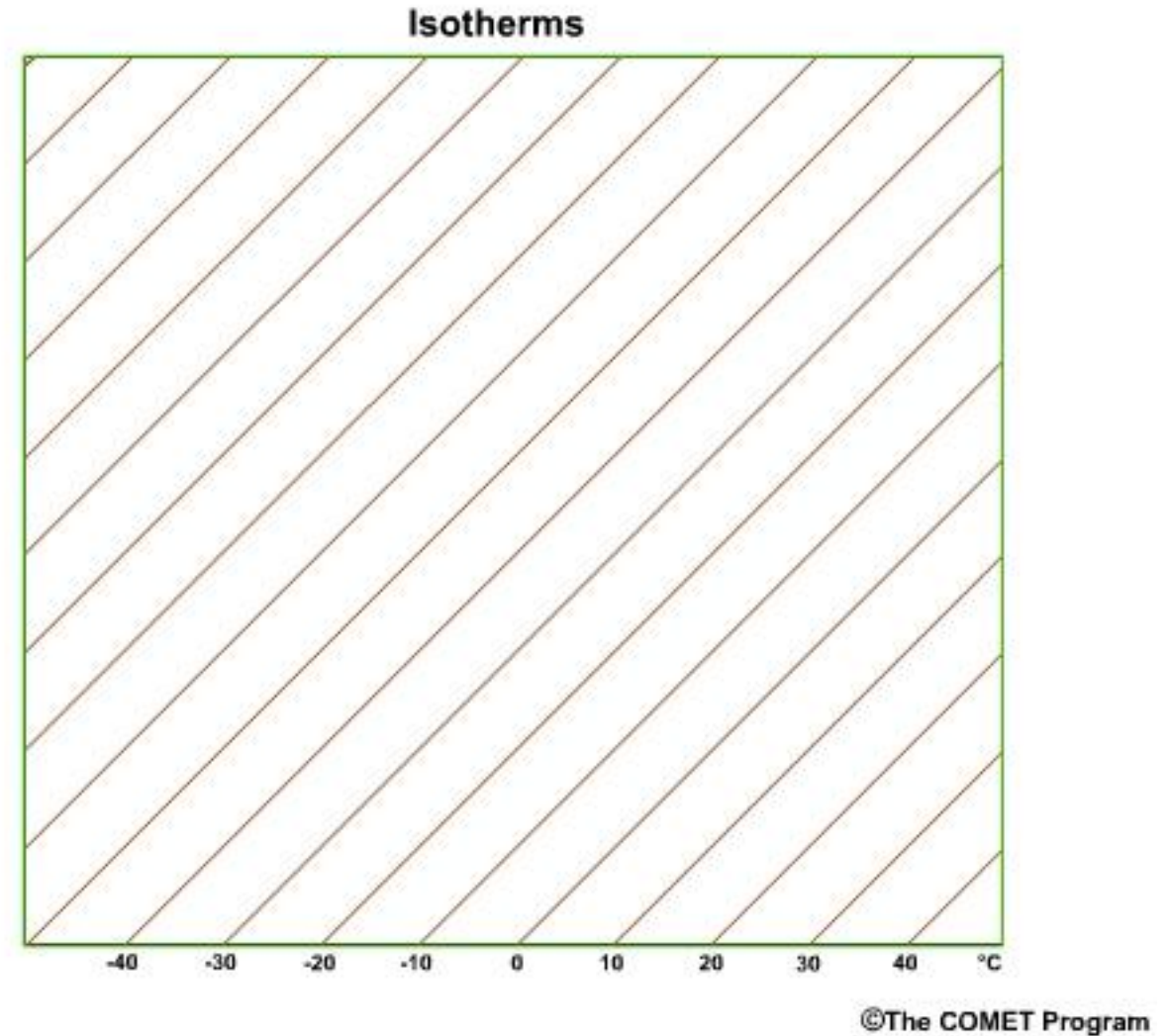
- Izobare → izolinije konstantnog tlaka
- Logaritamska skala



©The COMET Program

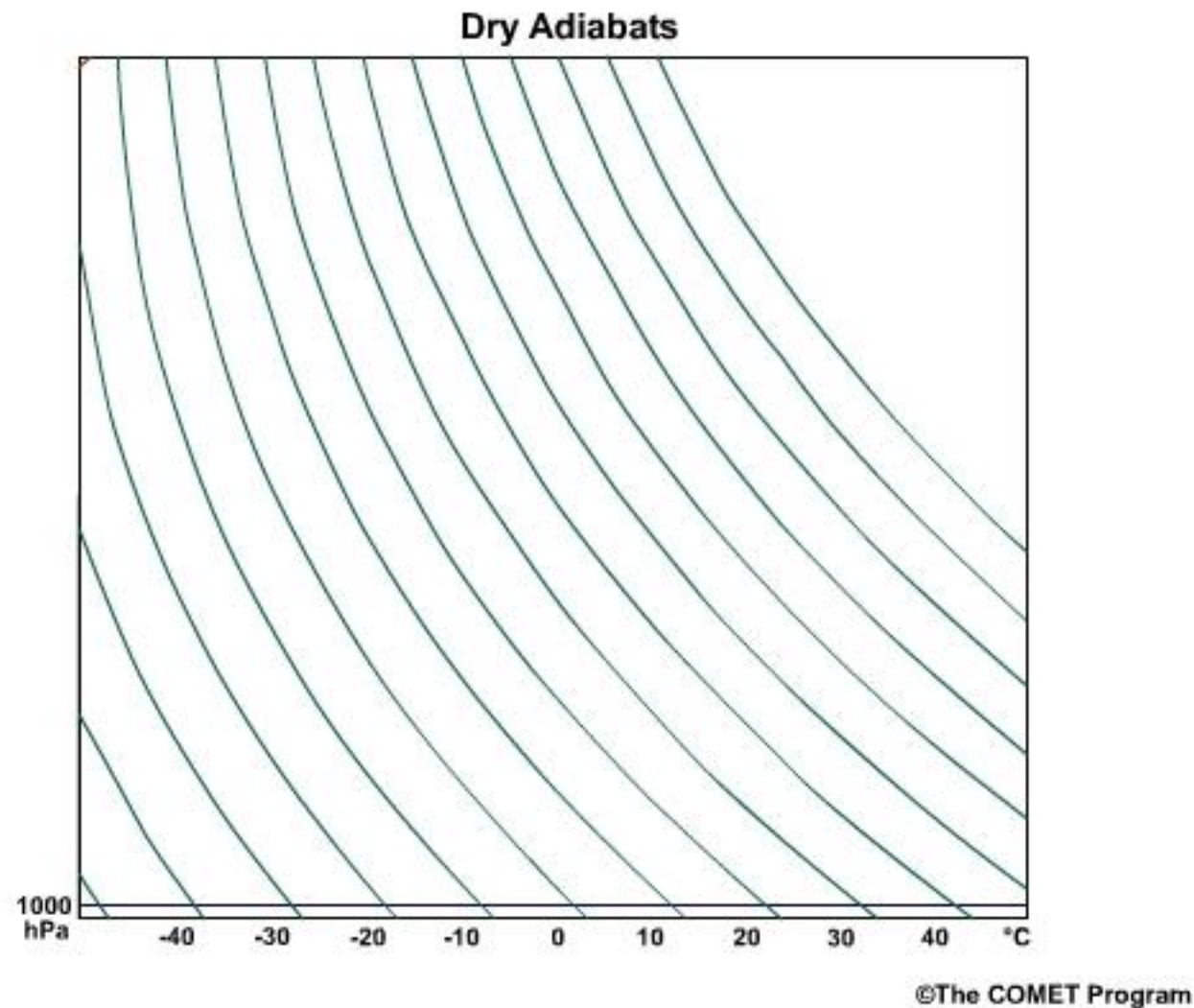
Emagram

- Izoterme → izolinije konstantne temperature



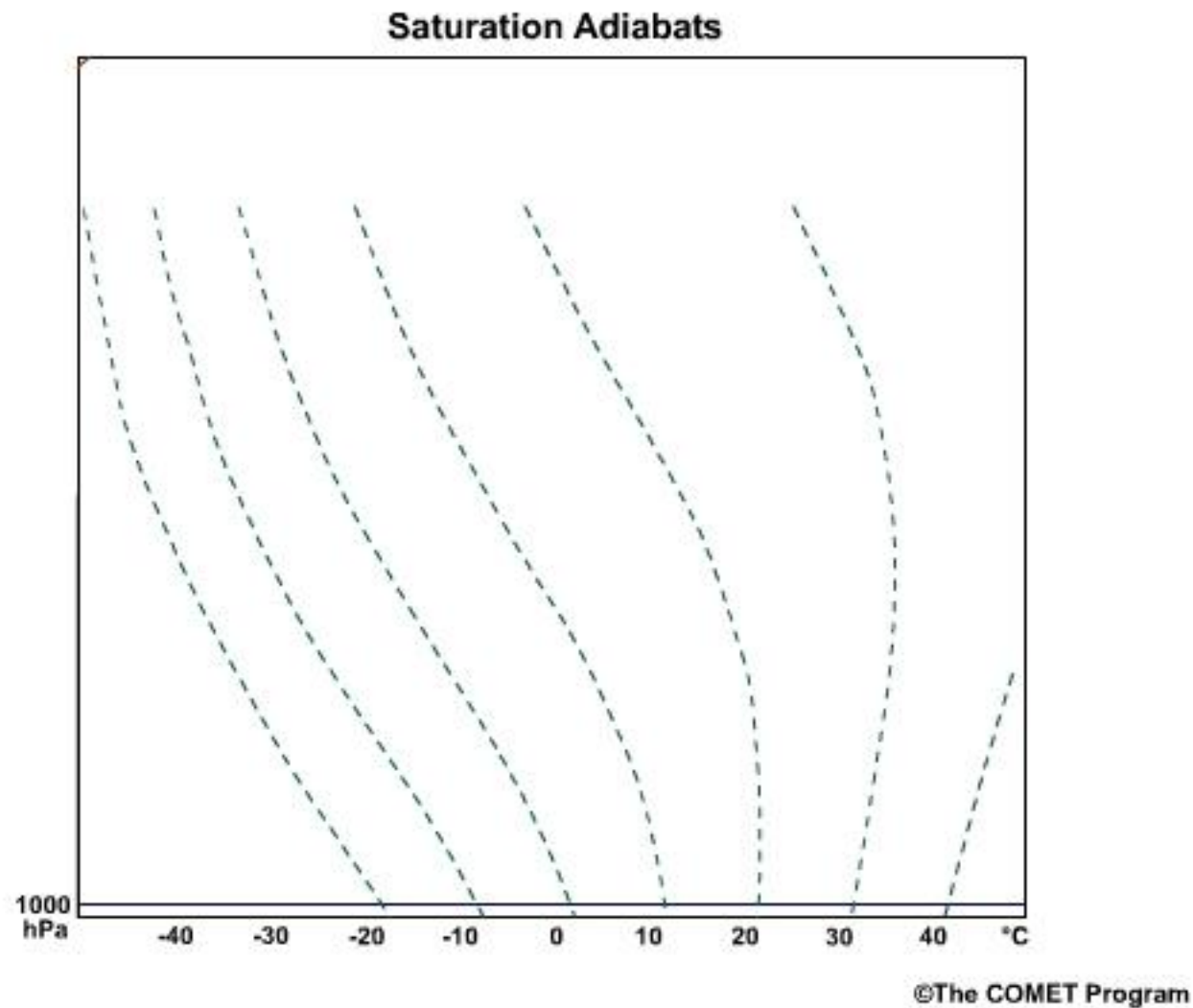
Emagram

- Suhe adijabate → izolinije konstantne potencijalne temperature θ
- Opisuju promjenu temperature česti suhog zraka koja se vertikalno giba u adijabatskom procesu, tj. kada nema razmjene topline česti s okolinom



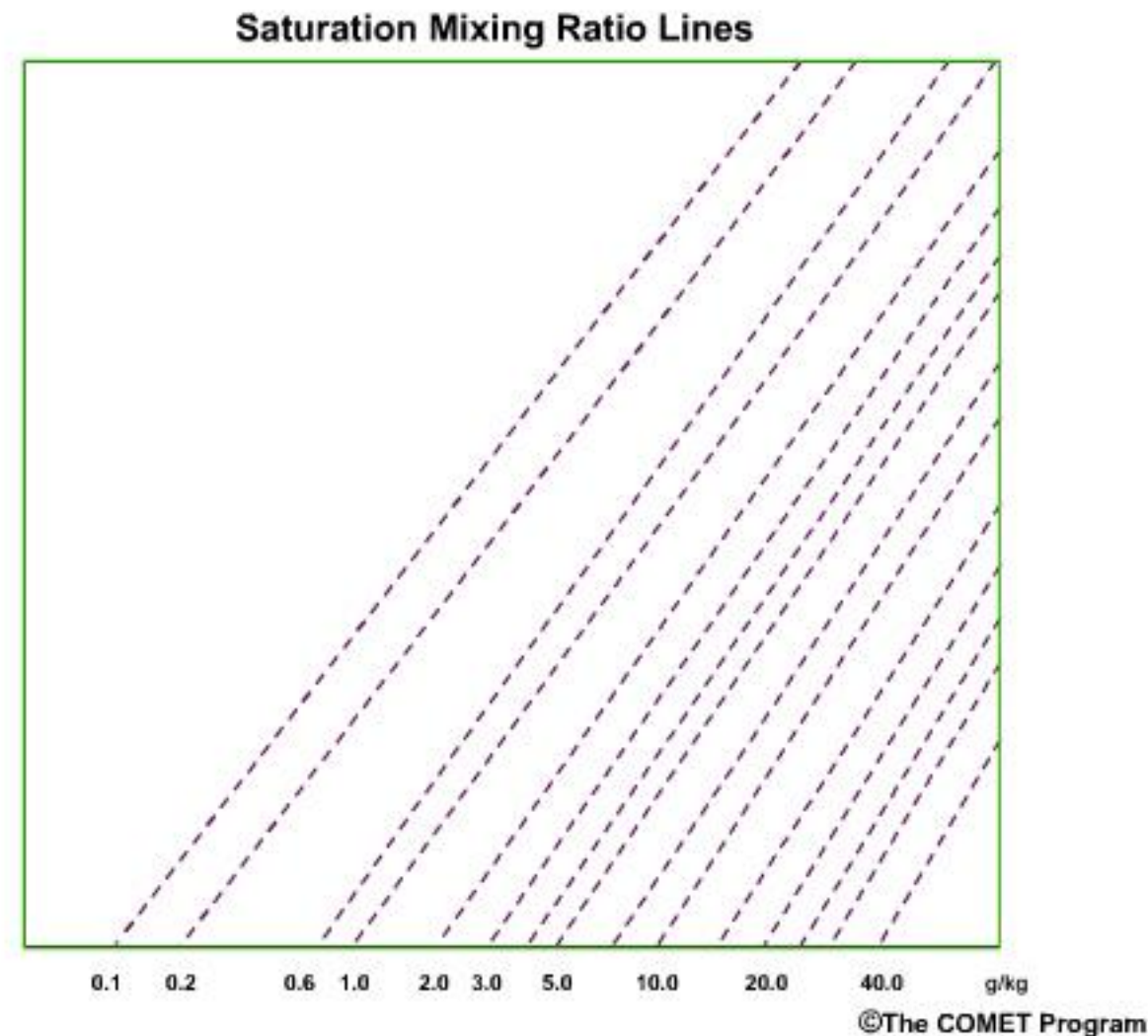
Emagram

- Mokre adijabate → izolinije konstantne ekvivalentne potencijalne temperature $\theta_{e,a}$
- Opisuju promjenu temperature česti zasićenog zraka koja se vertikalno giba u adijabatskom procesu

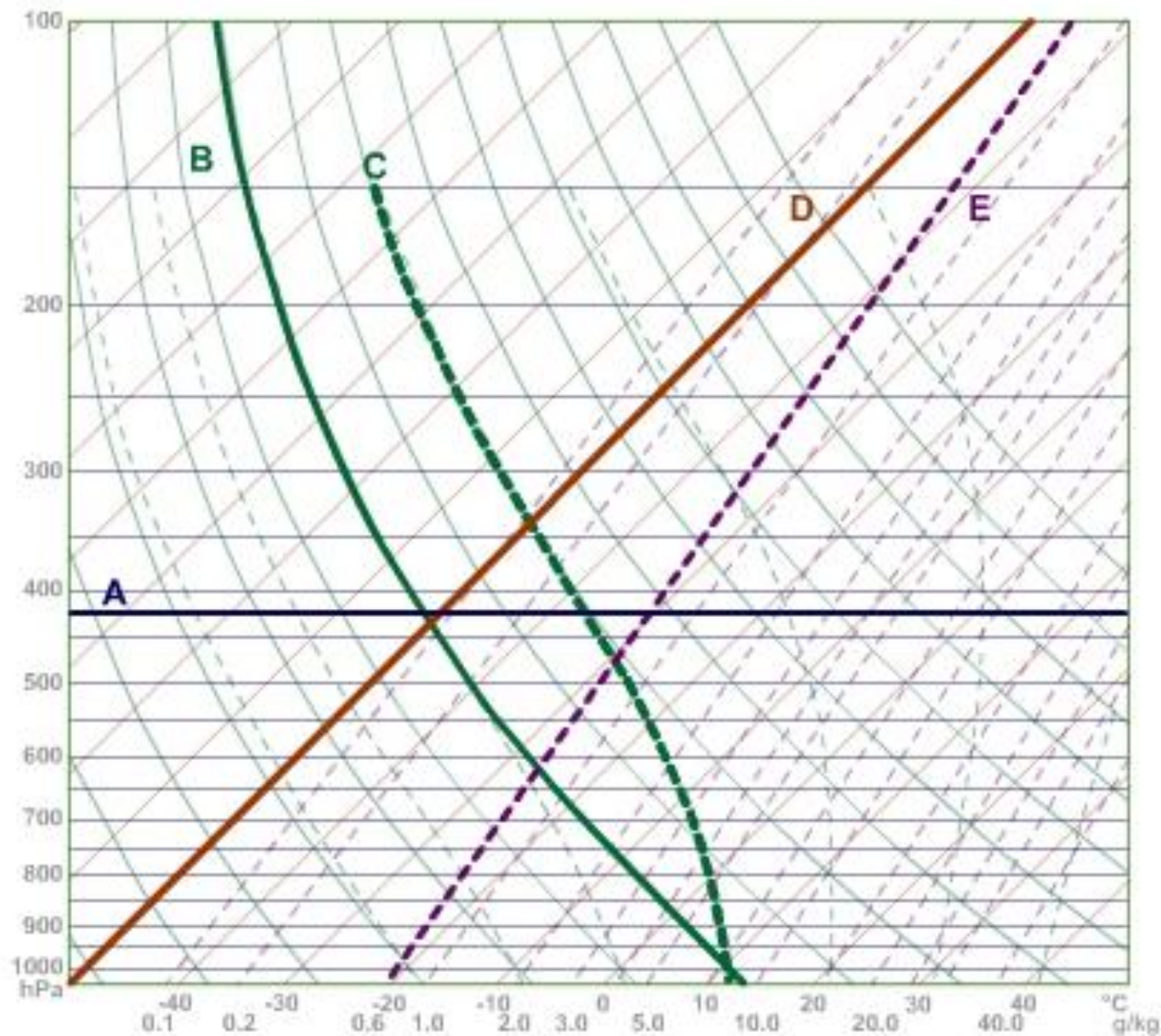


Emagram

- Izolinije maksimalnog (ravnotežnog) omjera miješanja r_s → maksimalna količina vodene pare koju čest zraka može sadržavati prije nego dođe do kondenzacije
- Izražava se u g/kg (koliko se grama vodene pare nalazi po kilogramu suhog zraka)



Emagram



- A Izobara
- B Suha adijabata
- C Mokra adijabata ---
- D Izoterma
- E Maksimalni omjer miješanja ---

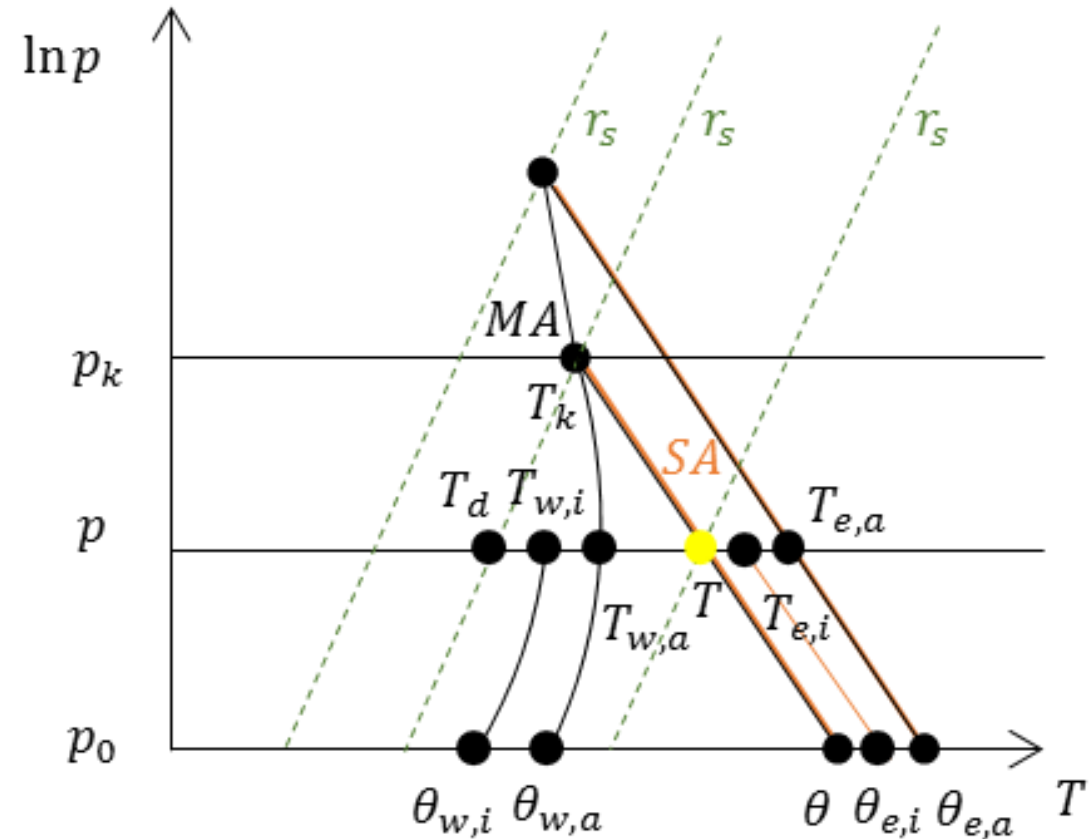
Izvor:

http://jadran.gfz.hr/pojmovnik_t.html#termo_dijagram

<http://tornado.sfsu.edu/geosciences/classes/m201/buoyancy/SkewTMastery/mesoprim/skewt/intro.htm>

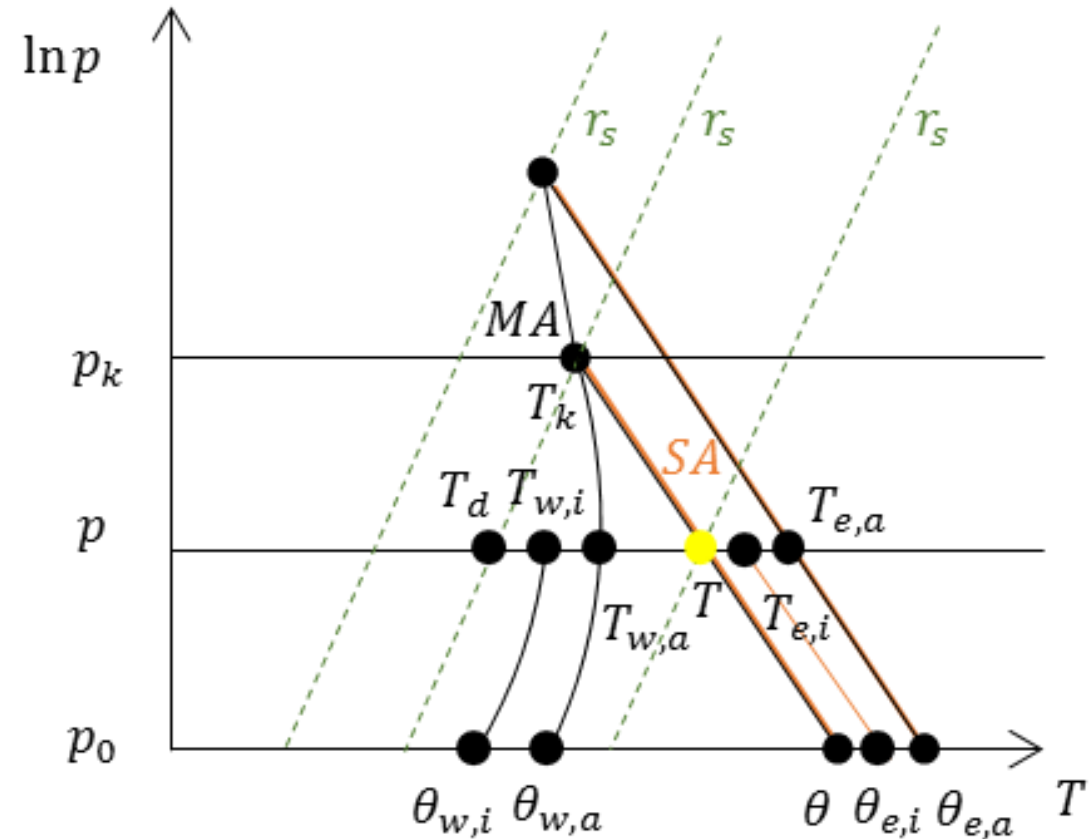
Emagram

- Nezasićena čest u početku se nalazi pri tlaku p i temperaturi T
- θ potencijalna temperatura $\rightarrow$ temperatura koju bi imala čest zraka kad bi se adijabatskim procesom dovela na tlak od 1000 hPa; konzervativno svojstvo suhadijabatskog procesa
- Suhadijabatskim hlađenjem čest postaje zasićena pri temperaturi T_k i tlaku $p_k \rightarrow$ kondenzacijska razina (relativna vlažnost česti tu iznosi $u = 100\%$)
- r_s maksimalni omjer miješanja $\rightarrow$ maksimalna količina vodene pare koju čest zraka može sadržavati prije nego dođe do kondenzacije
- $T_d \equiv \tau$ rosište $\rightarrow$ temperatura na kojoj čest zraka izobarnim ohlađivanjem postaje zasićena vodenom parom; točka gdje se r_s siječe s početnim tlakom p
- SA suha adijabata
- MA mokra adijabata



Emagram

- Mokroadijabatska kompresija s nivoa kondenzacije p_k na početni tlak $p \rightarrow T_{w,a}$ temperatura mokrog termometra u adijabatskom procesu
- $\theta_{w,a}$ potencijalna temperatura mokrog termometra u adijabatskom procesu
- $T_{e,a}$ ekvivalentna adijabatska temperatura $\rightarrow$ temperatura koju bi čest imala kad bi se sva vlaga u česti kondenzirala, a sva latentna toplina utrošila na zagrijavanje česti pri $\theta = \text{const.}$
- $\theta_{e,a}$ ekvivalentna adijabatska potencijalna temperatura



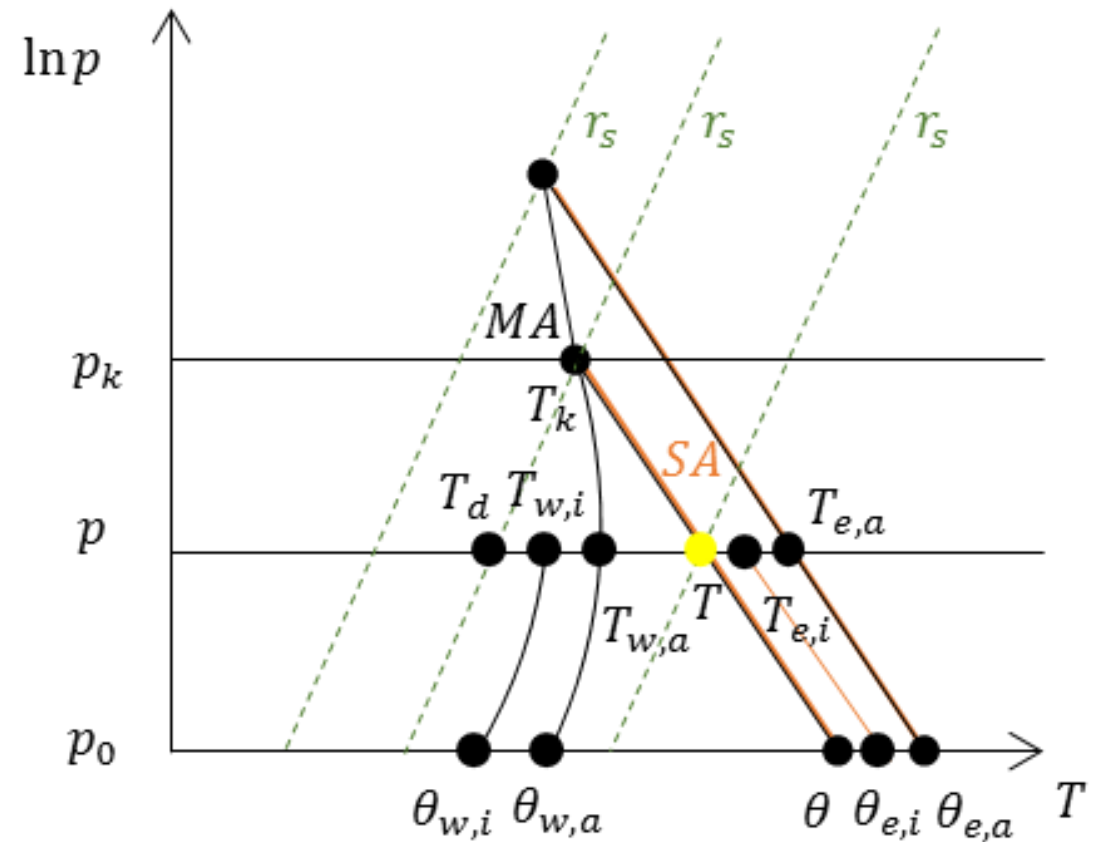
Emagram

- $T_{w,i}$ temperatura mokrog termometra u izobarnom procesu

$$T_{w,i} < T_{w,a}$$
- $\theta_{w,i}$ potencijalna temperatura mokrog termometra u izobarnom procesu
- $T_{e,i}$ ekvivalentna izobarna temperatura → temp koju bi čest imala kad bi se sva vlaga u česti kondenzirala, a sva latentna toplina utrošila na zagrijavanje česti pri $p = \text{const.}$

$$T_{e,i} \geq T$$

$$T_{e,i} < T_{e,a}$$
- $\theta_{e,i}$ ekvivalentna izobarna potencijalna temperatura



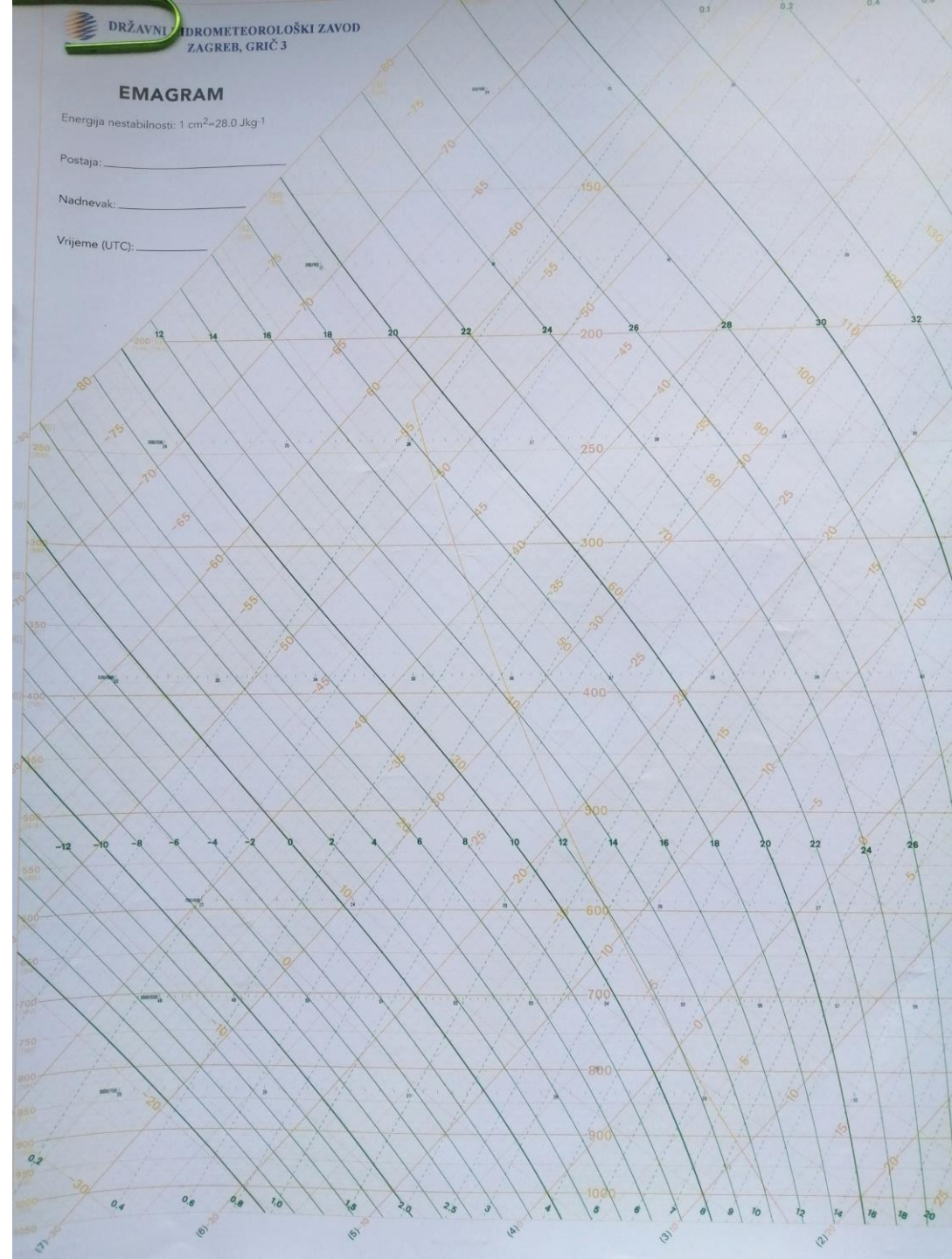
EMAGRAM

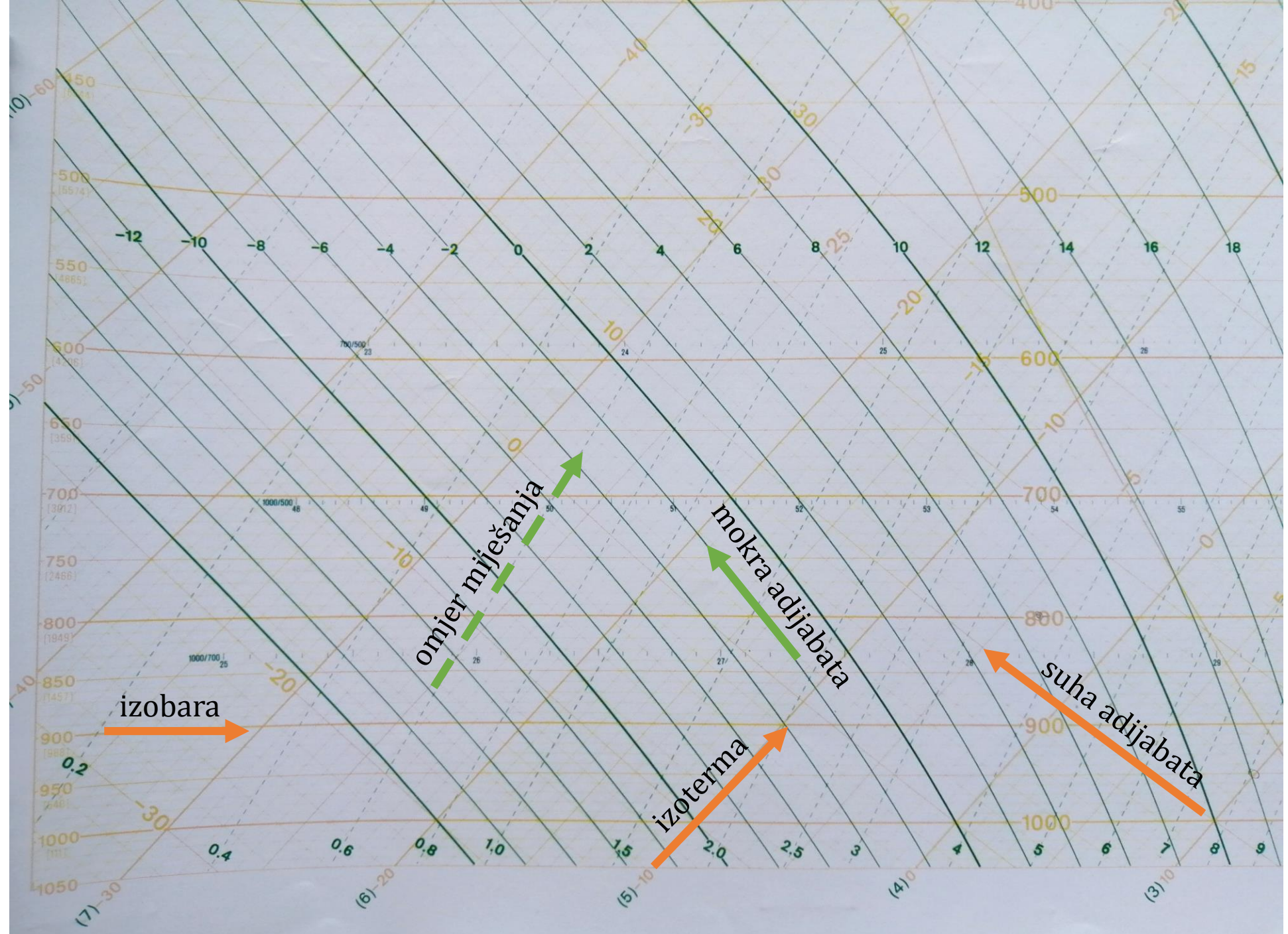
Energija nestabilnosti: $1 \text{ cm}^2 = 28.0 \text{ J kg}^{-1}$

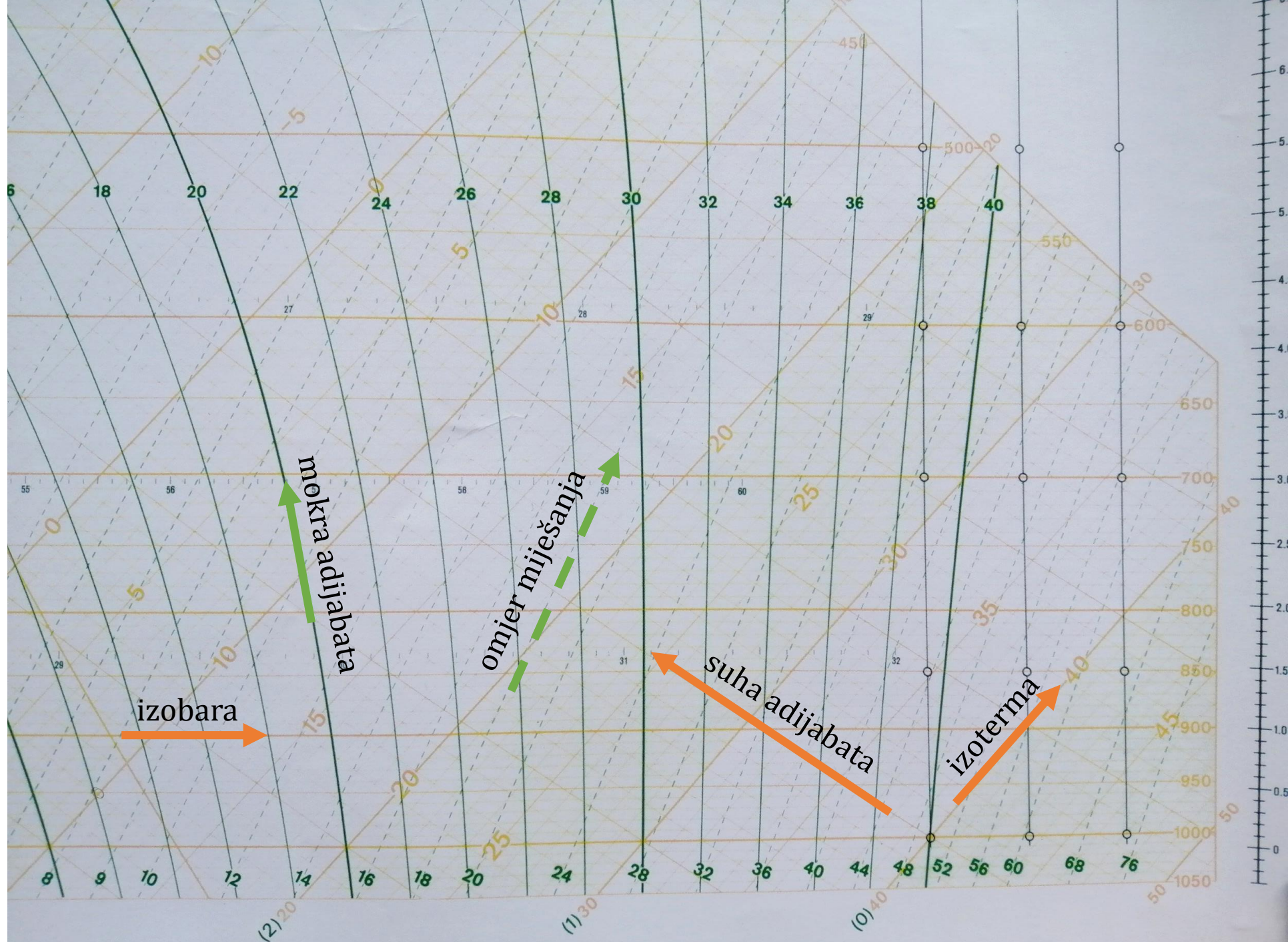
Postaja: _____

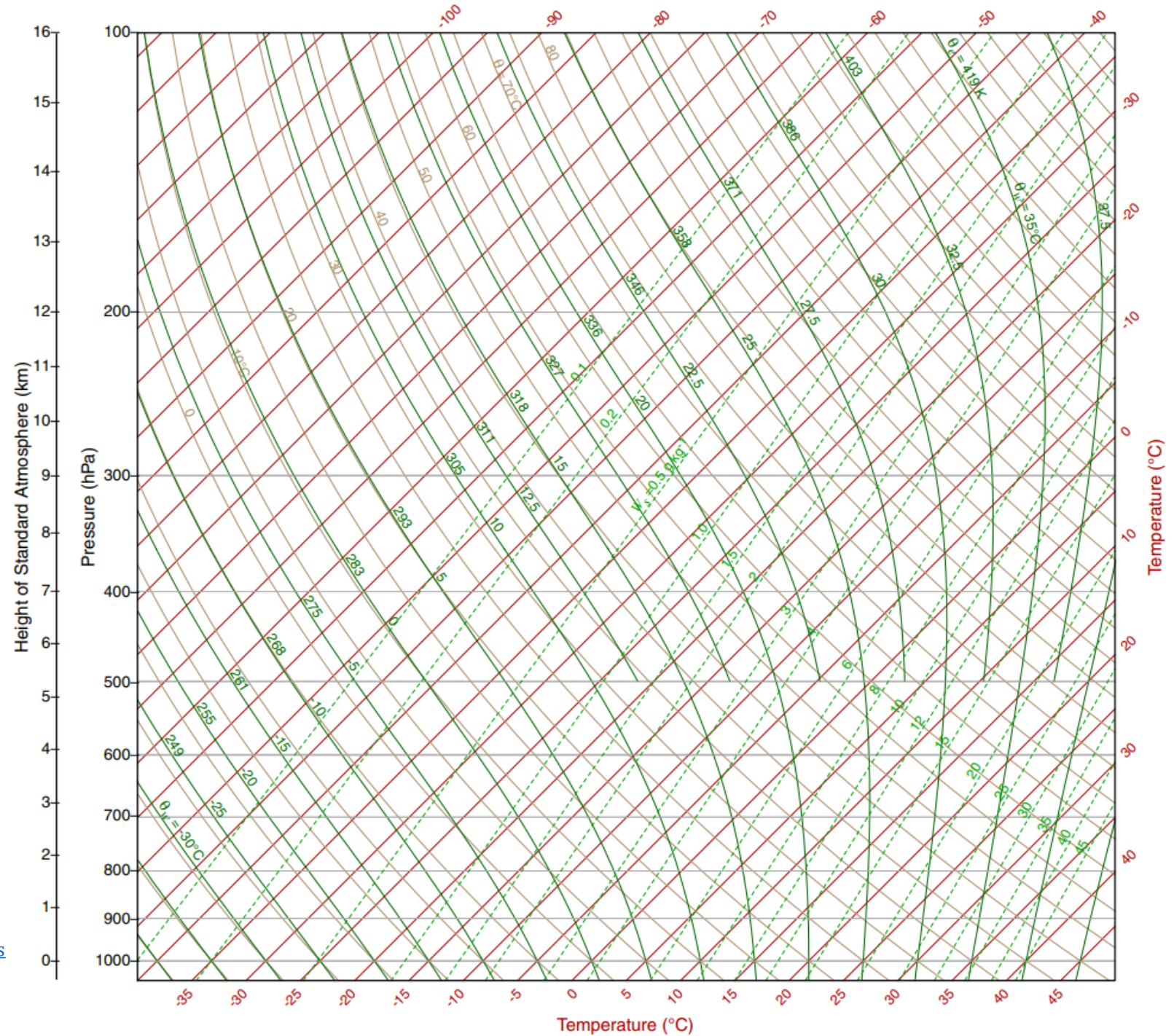
Nadnevak: _____

Vrijeme (UTC): _____









Izvor:
<https://www.eoas.ubc.ca/courses/atasc201/A201Resources/ThermoDiagrams/skewT-COLAcolor.pdf>

Primjeri i zadatci

1. Zrak ima relativnu vlažnost 50% i omjer miješanja 10 g kg^{-1} . Ako je tlak zraka 1000 hPa odredite: temperaturu mokrog termometra, visinu nivoa kondenzacije i temperaturu zraka.
2. Temperatura mokrog termometra je $10 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Tlak zraka je 1000 hPa, a nivo kondenzacije je na 900 hPa. Odredite relativnu vlažnost i virtualnu temperaturu.
3. Pri tlaku od 900 hPa temperatura zraka je $15 \text{ }^{\circ}\text{C}$, a temperatura mokrog termometra je $10 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Odredite nivo kondenzacije.
4. Čest vlažnog zraka pri tlu ima temperaturu $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Adijabatičkim dizanjem čest postaje zasićena na nivou 800 hPa. Kolika je temperatura rosišta ako je tlak pri tlu 1000 hPa?
5. Temperatura vlažnog zraka je 280 K, tlak 900 hPa, a nivo kondenzacije se nalazi na 820 hPa. Odredite relativnu vlažnost i temperaturu mokrog termometra.
6. Čest vlažnog zraka nalazi se pri tlaku 920 hPa i temperaturi $11 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Nivo kondenzacije je 800 hPa. Nađite temperaturu rosišta i temperaturu mokrog termometra.

7. Čest zraka ima početnu temperaturu $15\text{ }^{\circ}\text{C}$, a je rosište na 2°C . Adijabatički se podiže s nivoa 1000 hPa . Nađite nivo kondenzacije i temperaturu na tom nivou. Ako se čest podigne za daljnjih 200 hPa , kolika će joj tada biti temperatura? Koliko se vode kondenziralo pri podizanju?

8. U nekoj točki na navjetrinskoj strani planine izmjerene su vrijednosti: $T = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$, $u = 90\%$, $p = 900\text{ hPa}$. Kolika je temperatura zraka na početnom tlaku nakon što zrak prijeđe preko planine visoke 2000 m ? Tlak na vrhu planine iznosi 800 hPa .

Rješenja zadataka

1. Zrak ima relativnu vlažnost 50% i omjer miješanja 10 g kg^{-1} . Ako je tlak zraka 1000 hPa odredite: temperaturu mokrog termometra, visinu nivoa kondenzacije i temperaturu zraka.

Rješenje:

$$u = 50\%$$

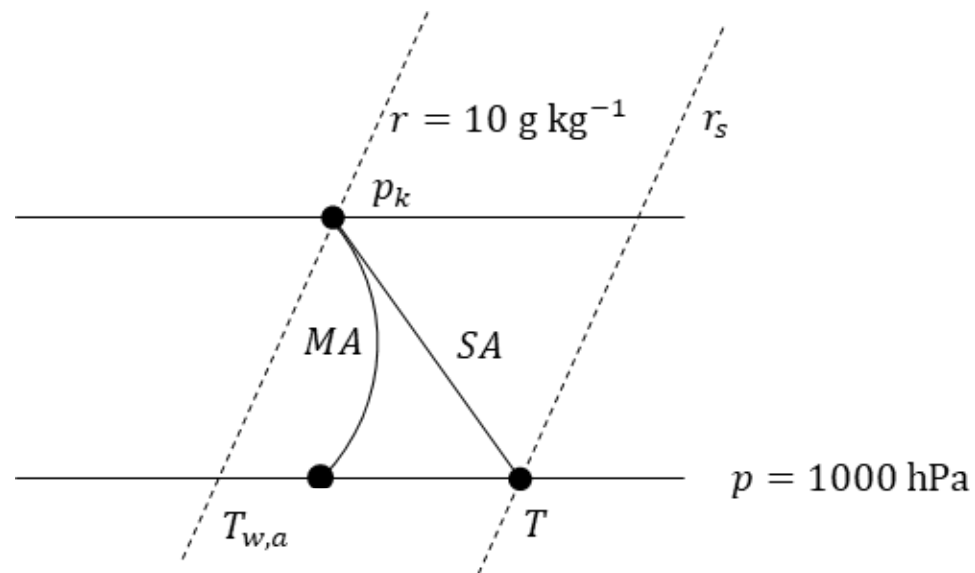
$$r = 10 \text{ g kg}^{-1}$$

$$p = 1000 \text{ hPa}$$

$$T_{w,a} = ? \quad p_k = ? \quad T = ?$$

- Iz zadanih podataka izračunati maksimalni omjer miješanja:

$$u = \frac{r}{r_s} \rightarrow r_s = \frac{r}{u} = \frac{10 \text{ g kg}^{-1}}{0.5} = 20 \text{ g kg}^{-1}$$



- Skica postupka na emagramu

Postupak na emagramu:

- Naći sjecište $r_s = 20 \text{ g kg}^{-1}$ i $p = 1000 \text{ hPa}$ i očitati temperaturu:

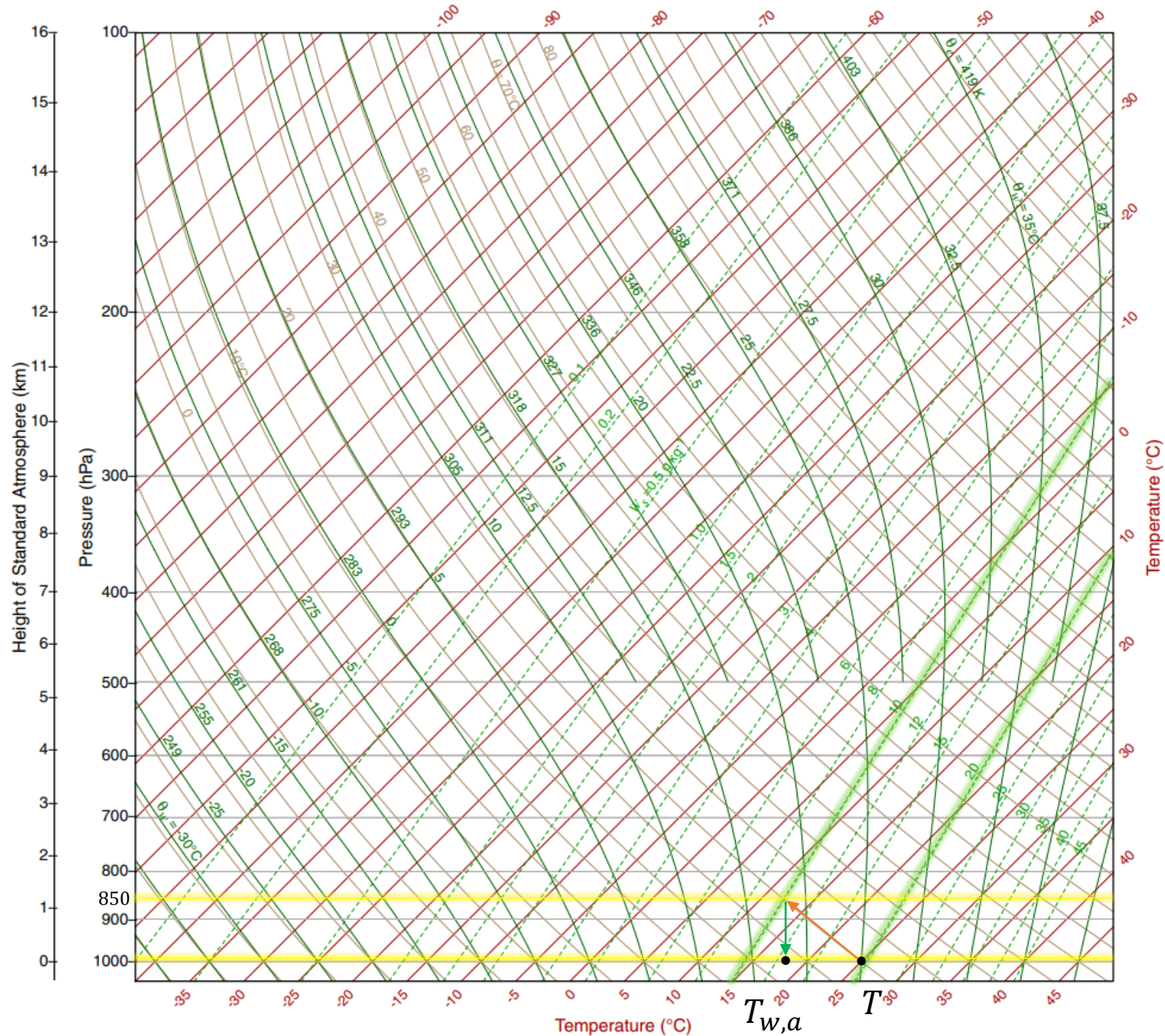
$$T = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

- Od temperature T i tlaka p popeti se suhom adiabatom do $r = 10 \text{ g kg}^{-1}$ i očitati nivo kondenzacije:

$$p_k = 850 \text{ hPa}$$

- S nivoa kondenzacije p_k spustiti se prateći mokru adiabat do početnog tlaka $p = 1000 \text{ hPa}$ i očitati vrijednost temperature mokrog termometra:

$$T_{w,a} = 17.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$$



2. Temperatura mokrog termometra je $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Tlak zraka je 1000 hPa , a nivo kondenzacije je na 900 hPa . Odredite relativnu vlažnost i virtualnu temperaturu.

Rješenje:

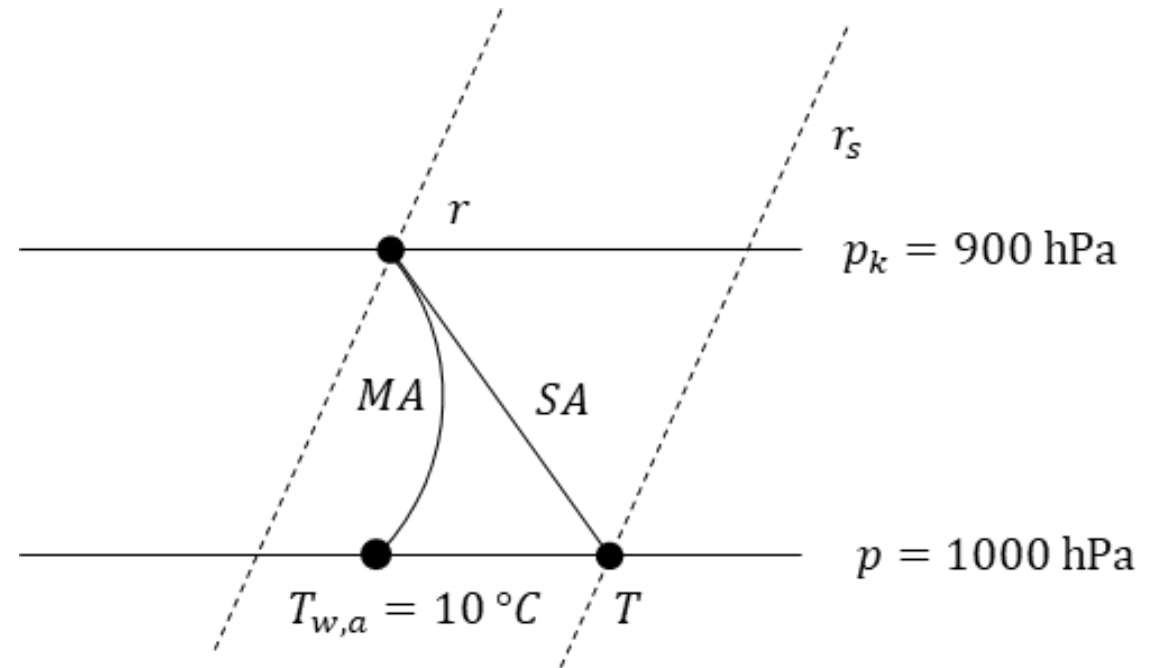
$$T_{w,a} = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p = 1000\text{ hPa}$$

$$p_k = 900\text{ hPa}$$

$$u = ? \quad T_v = ?$$

- Skica postupka na emagramu



Postupak na emagramu:

- Od tlaka 1000 hPa i temp mokrog termometra $T_{w,a} = 10^\circ\text{C}$ slijediti mokru adijabatu do nivoa kondenzacije $p_k = 900$ hPa i očitati omjer miješanja:

$$r = 6 \text{ g kg}^{-1}$$

- S nivoa kondenzacije po suhoj adijabati spustiti se do početnog tlaka 1000 hPa i očitati temp zraka:

$$T = 14^\circ\text{C}$$

- Očitati omjer miješanja u toj točki:

$$r_s = 10 \text{ g kg}^{-1}$$

- Izračunati relativnu vlažnost:

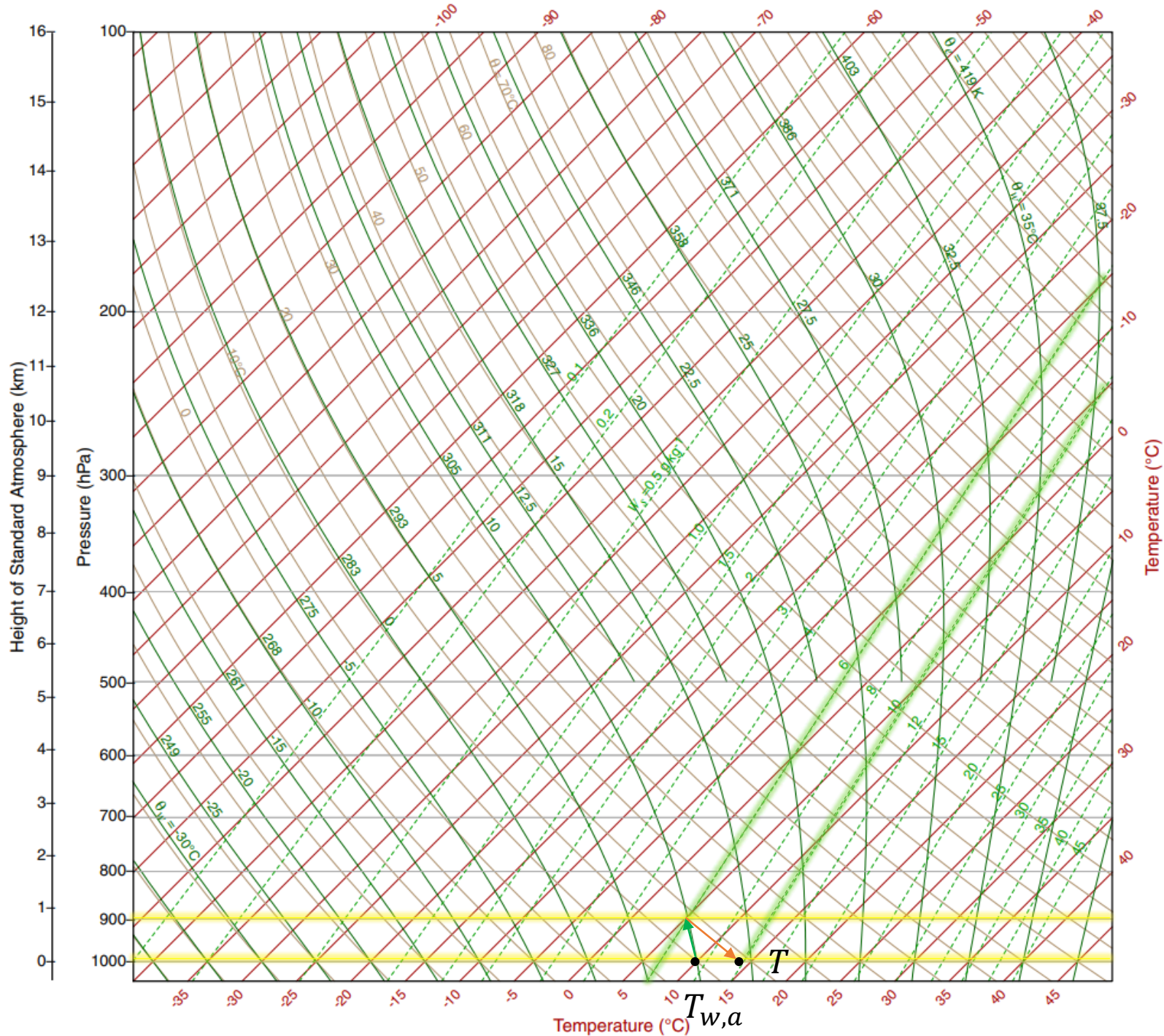
$$u = \frac{r}{r_s} = \frac{6}{10} = 0.6 = 60\%$$

- Izračunati virtualnu temperaturu:

$$T_V = T(1 + 0.605 r)$$

$$T_V = 287.15 \text{ K} (1 + 0.605 \cdot 6 \cdot 10^{-3})$$

$$T_V = 288.19 \text{ K}$$



3. Pri tlaku od 900 hPa temperatura zraka je 15 °C, a temperatura mokrog termometra je 10 °C. Odredite nivo kondenzacije.

Rješenje:

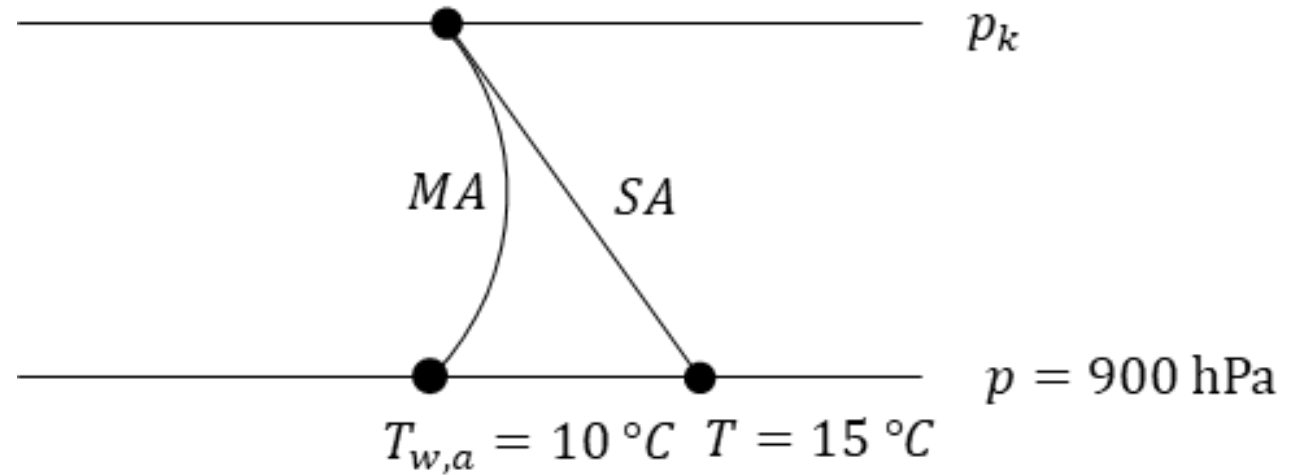
$$p = 900 \text{ hPa}$$

$$T = 15 \text{ °C}$$

$$T_{w,a} = 10 \text{ °C}$$

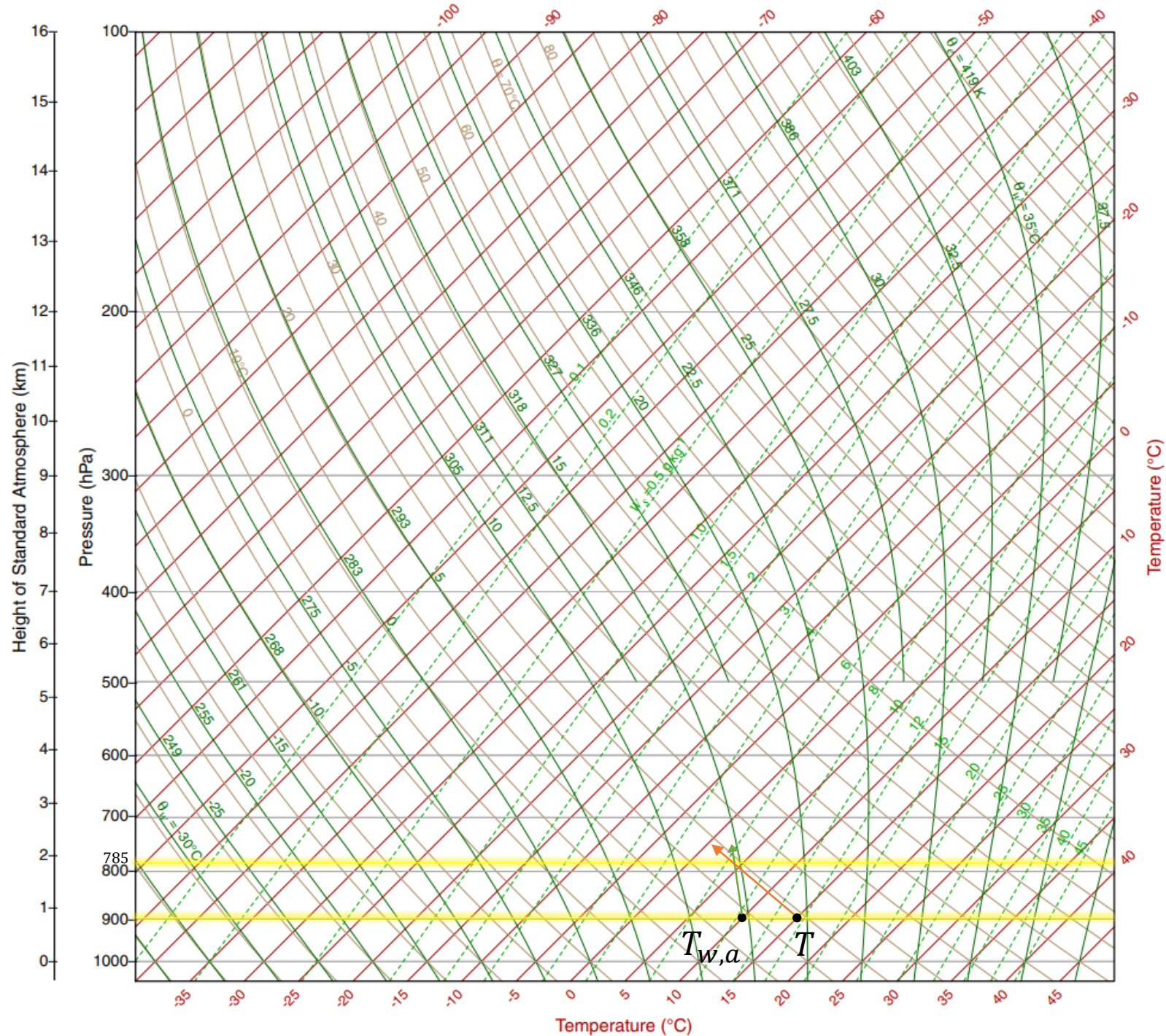
$$p_k = ?$$

- Skica postupka na emagramu



Postupak na emagramu:

- Pratimo mokru adijabatu koja prolazi kroz temperaturu mokrog termometra $T_{w,a} = 10\text{ °C}$ pri 900 hPa i suhu adijabatu koja prolazi kroz temperaturu $T = 15\text{ °C}$ pri 900 hPa
- Nivo kondenzacije nalazi se na sjecištu te dvije adijabate:
 $p_k = 785\text{ hPa}$



4. Čest vlažnog zraka pri tlu ima temperaturu 20 °C. Adijabatičkim dizanjem čest postaje zasićena na nivou 800 hPa. Kolika je temperatura rosišta ako je tlak pri tlu 1000 hPa?

Rješenje:

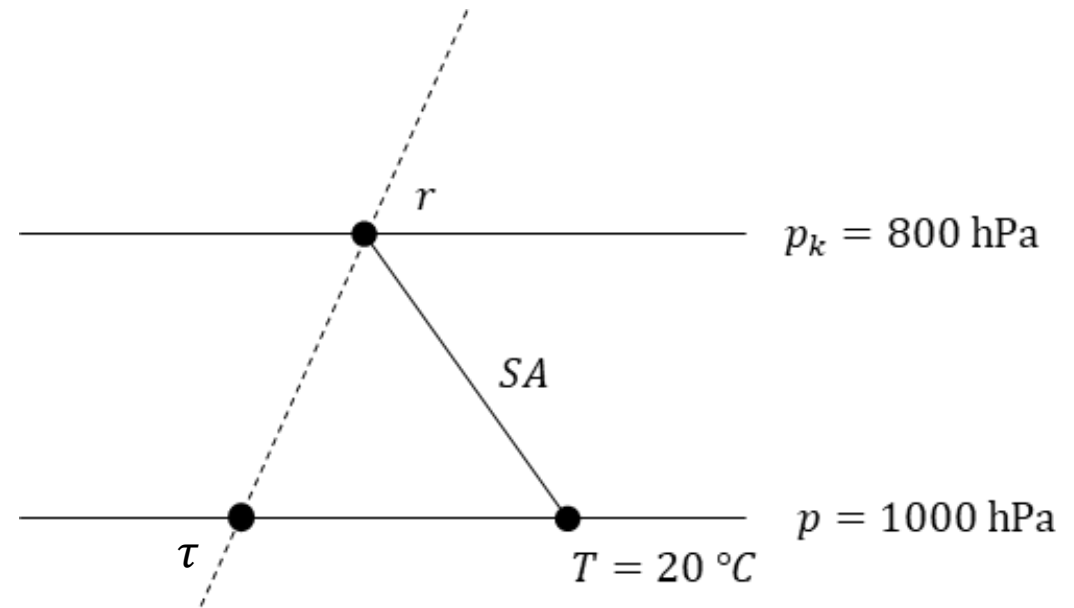
$$p_k = 800 \text{ hPa}$$

$$T = 20 \text{ °C}$$

$$p = 1000 \text{ hPa}$$

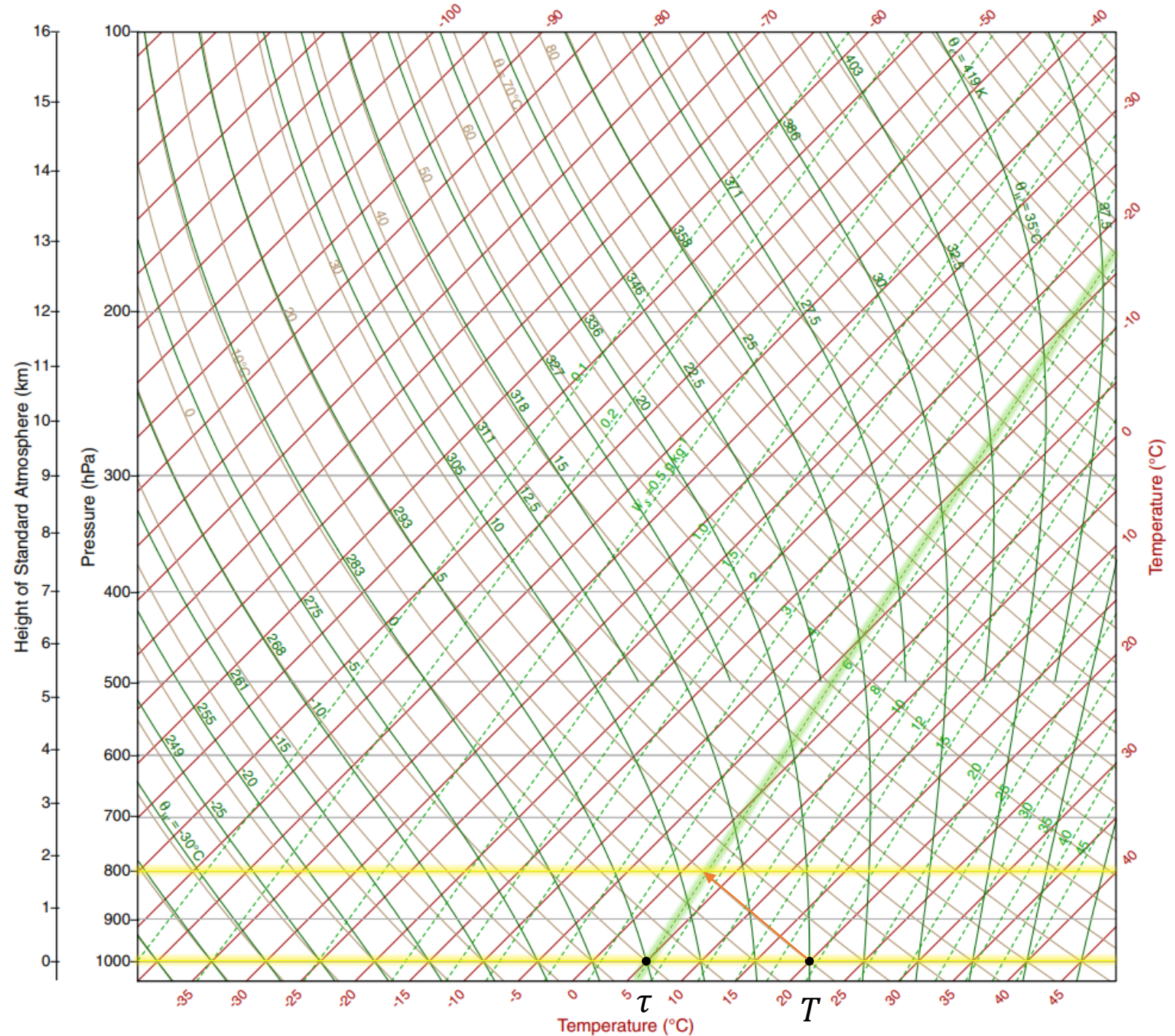
$$\tau = ?$$

- Skica postupka na emagramu



Postupak na emagramu:

- Od početnog tlaka 1000 hPa i temperature 20°C treba slijediti suhu adijabatu do nivoa kondenzacije na 800 hPa.
- Zatim se prateći izoliniju omjera miješanja koja siječe suhu adijabatu na nivou kondenzacije p_k treba spustiti do početnog tlaka 1000 hPa, gdje se očitava temperatura rosišta:
 $\tau = 5^\circ\text{C}$



5. Temperatura vlažnog zraka je 280 K, tlak 900 hPa, a nivo kondenzacije se nalazi na 820 hPa. Odredite relativnu vlažnost i temperaturu mokrog termometra.

Rješenje:

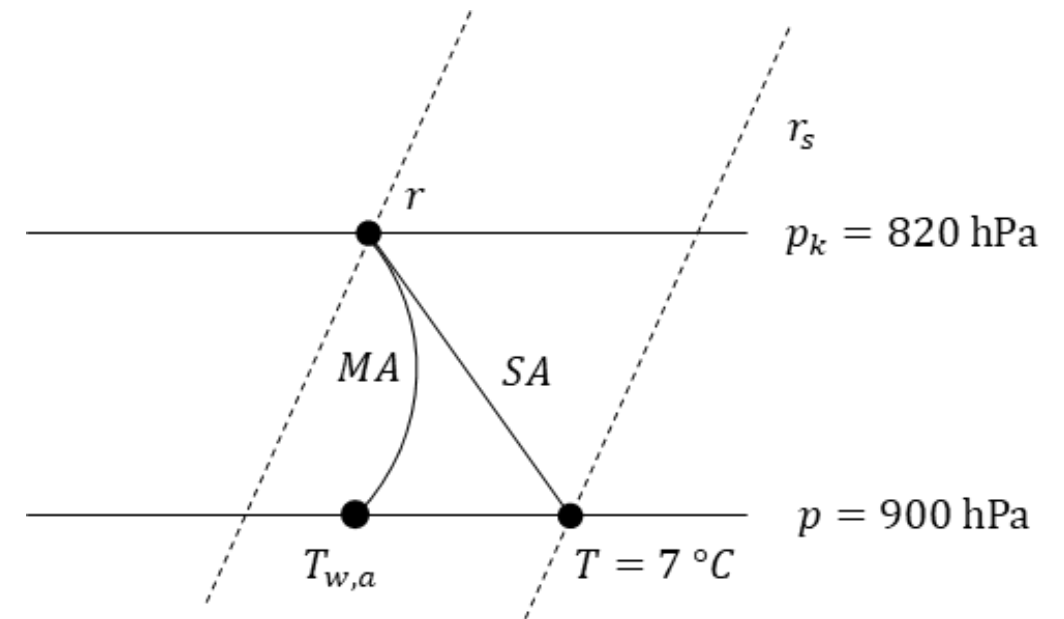
$$T = 280 \text{ K} \sim 7 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p = 900 \text{ hPa}$$

$$p_k = 820 \text{ hPa}$$

$$u = ? \quad T_{w,a} = ?$$

- Skica postupka na emagramu



Postupak na emagramu:

- Na početnom tlaku 900 hPa i temperaturi 7 °C očitava se maksimalni omjer miješanja:

$$r_s = 7 \text{ g kg}^{-1}$$

- Prateći suhu adijabatu do nivoa kondenzacije 820 hPa očitava se omjer miješanja:

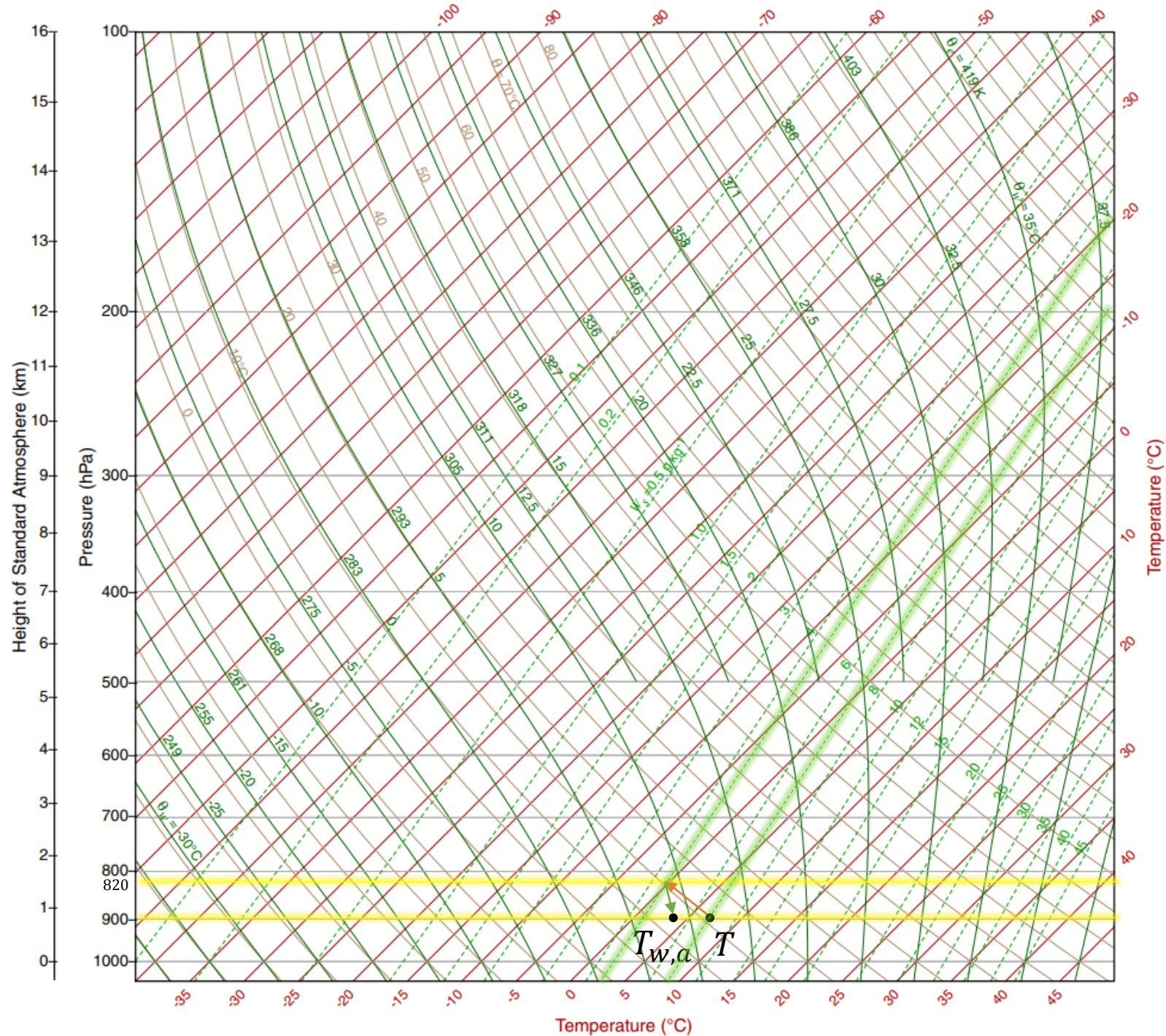
$$r = 4.6 \text{ g kg}^{-1}$$

- Izračuna se relativna vlažnost:

$$u = \frac{r}{r_s} = \frac{4.6}{7} = 65.7\%$$

- S nivoa kondenzacije 820 hPa slijedi se mokra adijabata do početnog tlaka 900 hPa i očitava se temperatura mokrog termometra:

$$T_{w,a} = 4 \text{ °C}$$



6. Čest vlažnog zraka nalazi se pri tlaku 920 hPa i temperaturi 11 °C. Nivo kondenzacije je 800 hPa. Nađite temperaturu rosišta i temperaturu mokrog termometra.

Rješenje:

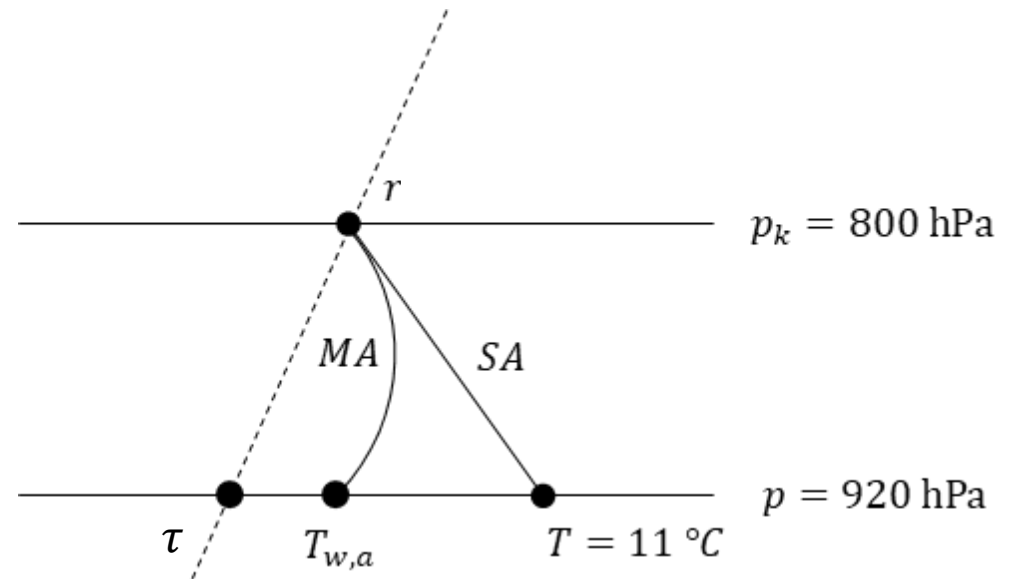
$$T = 11\text{ °C}$$

$$p = 920\text{ hPa}$$

$$p_k = 800\text{ hPa}$$

$$\tau = ? \quad T_{w,a} = ?$$

- Skica postupka na emagramu



Postupak na emagramu:

- Od početne temperature 11 °C i tlaka 920 hPa po suhoj adijabati dolazi se do nivoa kondenzacije na 800 hPa.
- Na sjecištu suhe adijabate i nivoa kondenzacije očitava se omjer miješanja:

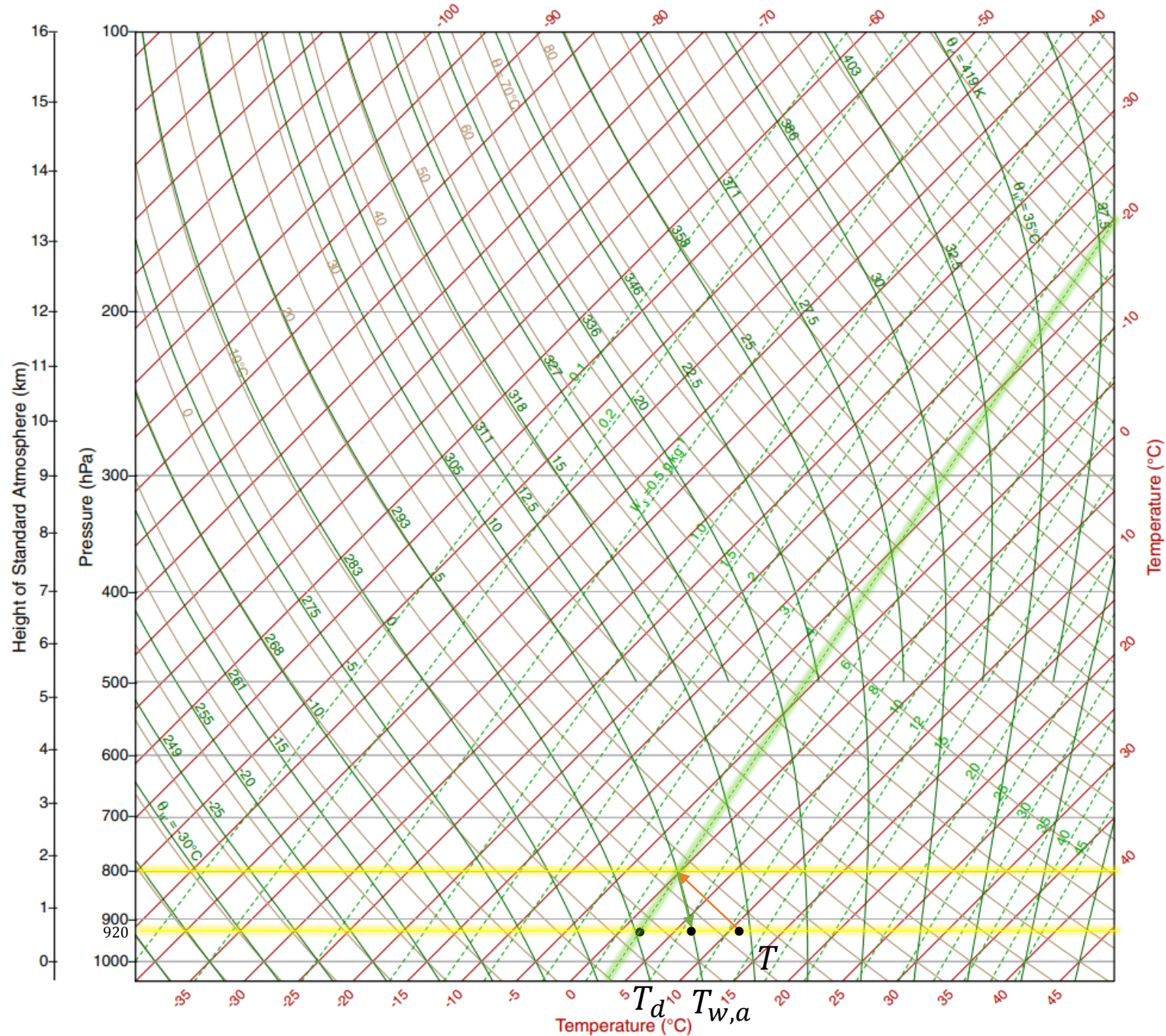
$$r = 4.8 \text{ g kg}^{-1}$$

- Zatim se tom izolinijom omjera miješanja spušta do početnog tlaka i očitava se temperatura rosišta:

$$\tau = 2 \text{ °C}$$

- Od početne temperature 11 °C i tlaka 920 hPa po suhoj adijabati se dolazi do nivoa kondenzacije na 800 hPa.
- Od te se točke mokrom adijabatom spušta do početnog tlaka i očitava se temperatura mokrog termometra:

$$T_{w,a} = 6.8 \text{ °C}$$



7. Čest zraka ima početnu temperaturu $15\text{ }^{\circ}\text{C}$, a je rosište na 2°C . Adijabatički se podiže s nivoa 1000 hPa . Nađite nivo kondenzacije i temperaturu na tom nivou. Ako se čest podigne za daljnjih 200 hPa , kolika će joj tada biti temperatura? Koliko se vode kondenziralo pri podizanju?

Rješenje:

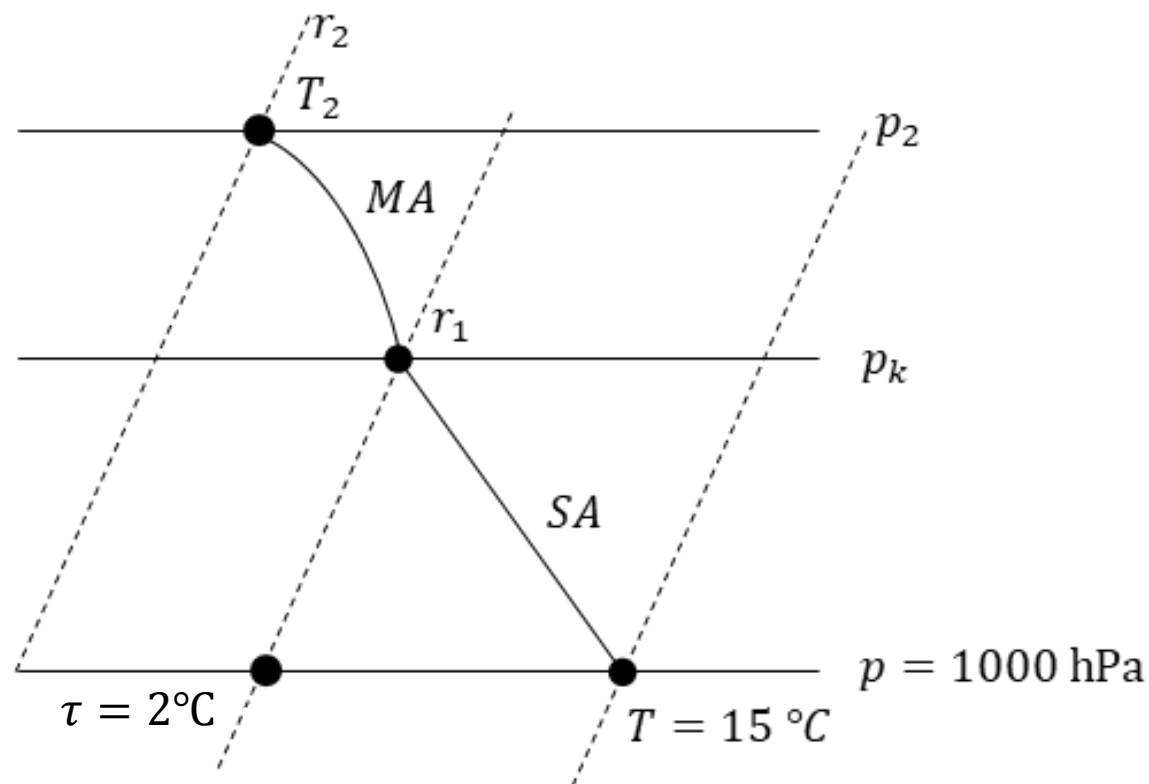
$$T = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\tau = 2\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p = 1000\text{ hPa}$$

$$T_k = ? \quad p_k = ? \quad T_2(p_k + 200\text{ hPa}) = ? \quad \Delta r = ?$$

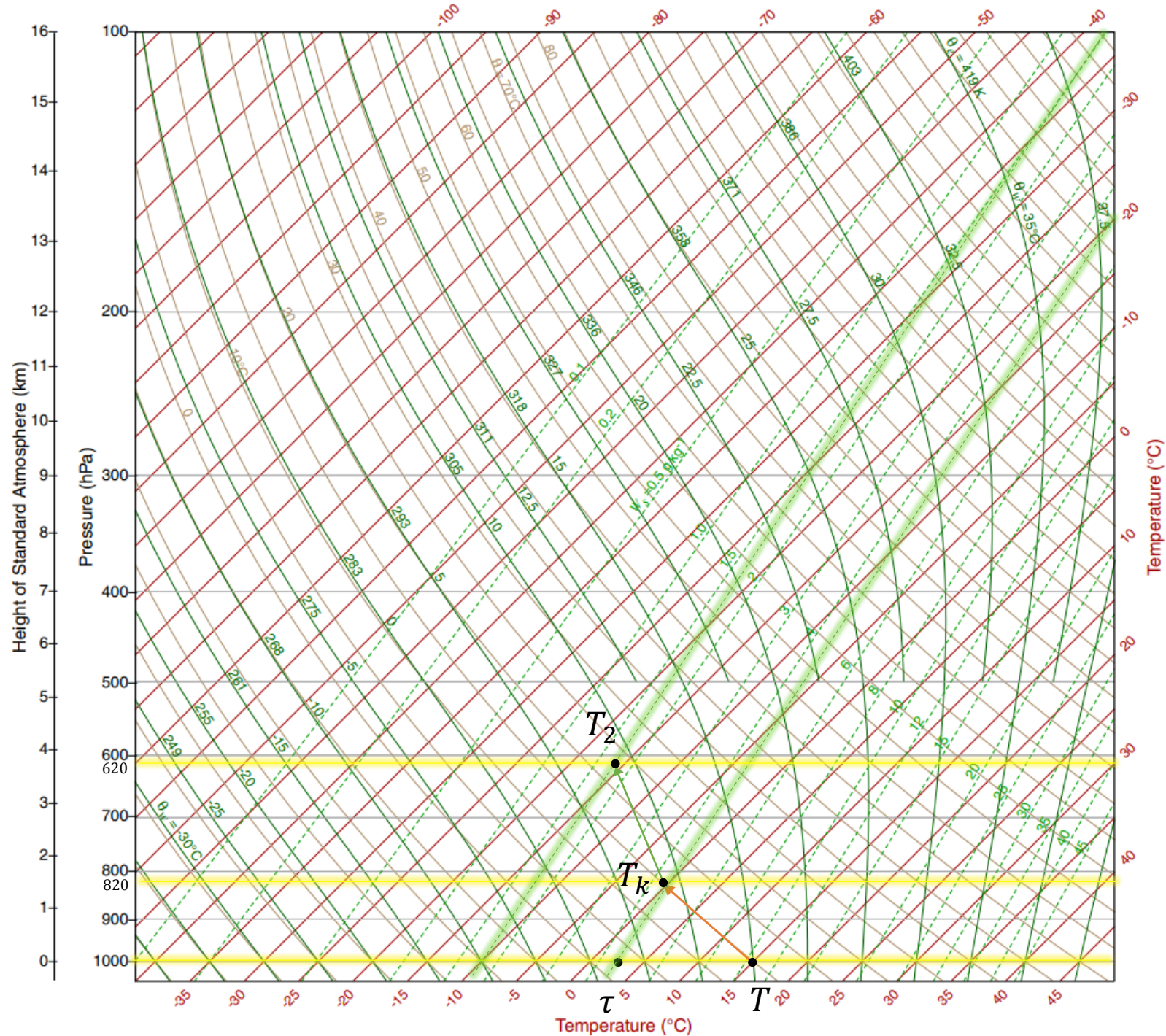
- Skica postupka na emagramu



Postupak na emagramu:

- Na sjecištu suhe adijabate koja ima ishodište na početnoj temperaturi $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ i tlaku 1000 hPa izolinije omjera miješanja koji ima ishodište u temperaturi rosišta 2°C , nalazi se nivo kondenzacije:
- Ako se čest podigne za još 200 hPa po mokroj adijabati, doći će na nivo $p_2 = 620\text{ hPa}$, gdje se očitava temperatura $T_2 = -15.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ i omjer miješanja $r_2 = 1.7\text{ g kg}^{-1}$.
- Pri podizanju česti s 820 hPa na 620 hPa po svakom kilogramu zraka kondenziralo se:

$$\Delta r = r_1 - r_2 = 4.5\text{ g kg}^{-1} - 1.7\text{ g kg}^{-1}$$
$$\Delta r = 2.8\text{ g kg}^{-1}$$



8. U nekoj točki na navjetrinskoj strani planine izmjerene su vrijednosti: $T = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$, $u = 90\%$, $p = 900\text{ hPa}$. Kolika je temperatura zraka na početnom tlaku nakon što zrak prijeđe preko planine visoke 2000 m? Tlak na vrhu planine iznosi 800 hPa.

Rješenje:

$$T_1 = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$u = 90\%$$

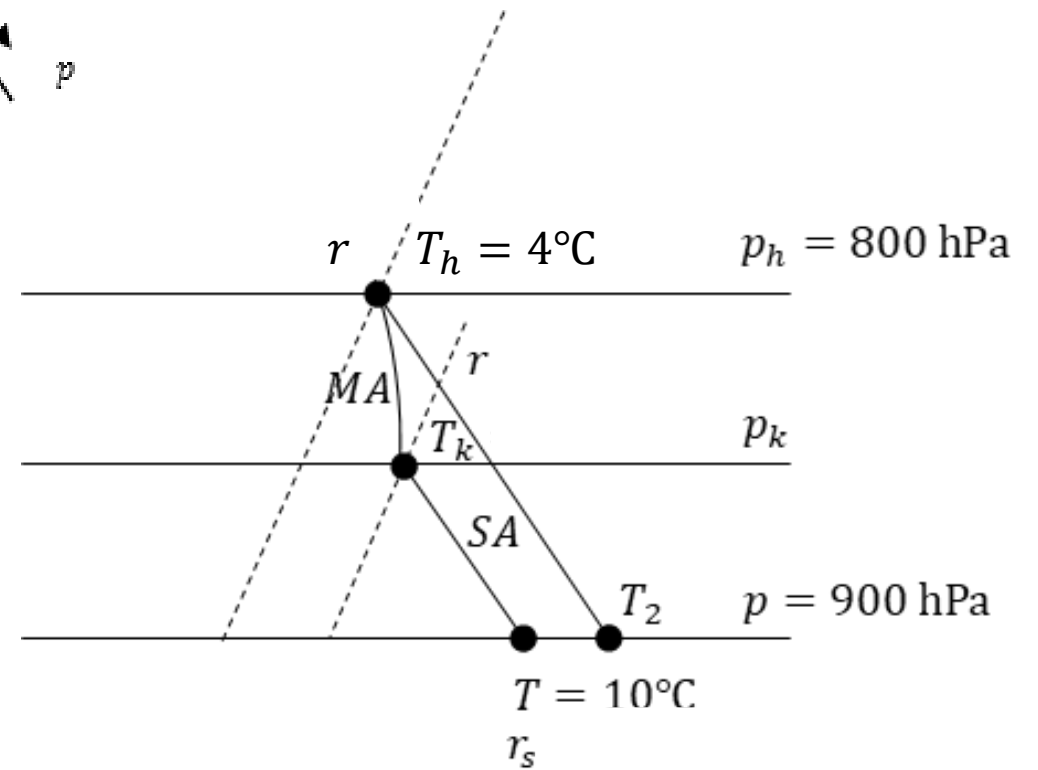
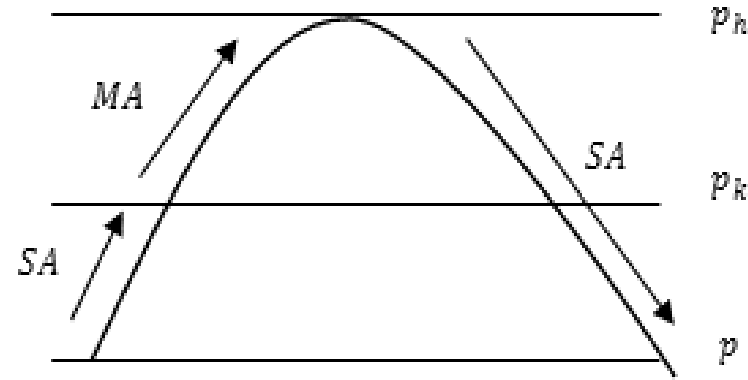
$$p = 900\text{ hPa}$$

$$h = 2000\text{ m}$$

$$p_h = 800\text{ hPa}$$

$$T_2 = ?$$

- Skica procesa
- Skica postupka na emagramu



Postupak na emagramu:

- Naći sjecište tlaka 900 hPa i temperature 10 °C i očitati maks. omjer miješanja $r_s = 8.5 \text{ g kg}^{-1}$
- Omjer miješanja r izračuna se pomoću zadanog iznosa relativne vlažnosti i očitano g maksimalnog omjera miješanja: $u = \frac{r}{r_s}$
 $r = ur_s = 0.9 \cdot 8.5 \text{ g kg}^{-1} = 7.65 \text{ g kg}^{-1}$
- Na sjecištu suhe adijabate koja prolazi kroz točku (p,T) i omjera miješanja r kojeg smo izračunali u prethodnom koraku nalazi se nivo kondenzacije: $p_k = 880 \text{ hPa}$
- S nivoa kondenzacije slijedeći mokru adijabatu treba doći do tlaka na vrhu planine (800 hPa), očitati $T_h = 4^\circ\text{C}$ i od te se točke spustiti po suhoj adijabati do početnog tlaka (900 hPa).
- Pri početnom tlaku se očitava temperatura zraka nakon prelaska planine: $T_2 = 13^\circ\text{C}$

