$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 28.11.2016.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova)

   (a) (8 bodova) Odredite Taylorov polinom stupnja dva, oko nule, za funkciju $f(x) = \sin(x^2 + \pi)$.

   (b) (8 bodova) Izračunajte s greškom manjom od 10^{-2}

   $$\frac{1}{2 + \sin 1}.$$

   Napomena: ocjena ostatka Taylorovog polinoma oko nule stupnja $2m - 1$ za $f(x) = \sin x$ je $|R_{2m-1}(x)| \leq \frac{|x|^{2m+1}}{(2m+1)!}$.

2a	2b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 28.11.2016.

2. (ukupno 18 bodova)

   (a) (12 bodova) Odredite i obrazložite konvergiraju li redovi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+2}$ i $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n!)^2}{(2n)!}$.

   (b) (6 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{3^n} x^n$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 28.11.2016.

3. (ukupno 16 bodova)

   (a) (8 bodova) Izračunajte $D(f \circ g)(\pi, \pi)$ ako su $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ i $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ zadane s

   $$f(x, y) = (ye^{xy}, x^2), \qquad g(u, v) = (u \sin v, v \sin u).$$

   (b) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine i normale na graf funkcije $f(x, y) = e^x \cos y^2$ kroz točku $(0, \sqrt{\pi}, -1)$.

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 28.11.2016.

4. (10 bodova) Da li sljedeći red
$$\sum \frac{2}{k(\ln k)^2}$$
konvergira? Odgovor obrazložite.

5. (10 bodova) Nađite Taylorov red oko nule za funkciju
$$f(x) = \mathrm{e}^{3x^3}.$$

6. (12 bodova) Krivulja je dana parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = (1 - t^2)\vec{i} + t\vec{j}$.
   (a) Nađite točke u kojima su $\mathbf{r}(t)$ i $\mathbf{r}'(t)$ međusobno okomiti.
   (b) Nađite točke u kojima $\mathbf{r}(t)$ i $\mathbf{r}'(t)$ imaju isti smjer.
   (c) Nađite točke u kojima su $\mathbf{r}(t)$ i $\mathbf{r}'(t)$ imaju obrnute smjerove.

7. (10 bodova) Da li funkcija
$$f(x, y) = \frac{x + y^4}{x^3 + y^4}$$
ima limes u točki $(-1, 1)$? Odgovor obrazložite.

8. (8 bodova) Nađite brzinu promjene (tj. derivaciju) funkcije $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ uzduž krivulje $\mathbf{r}(t) = \sin t\vec{i} + \cos t\vec{j} + \mathrm{e}^{2t}\vec{k}$.

$1a$	$1b$

JMBAG ______________ IME I PREZIME ______________________________

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 28.11.2016.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova)

   (a) (8 bodova) Odredite Taylorov polinom stupnja dva, oko nule, za funkciju $f(x) = \cos(x^2 + \frac{\pi}{2})$.

   (b) (8 bodova) Izračunajte s greškom manjom od 10^{-2}

   $$\frac{1}{2 + \cos 1}.$$

   Napomena: ocjena ostatka Taylorovog polinoma oko nule stupnja $2m$ za $f(x) = \cos x$ je $|R_{2m}(x)| \leq \frac{|x|^{2m+2}}{(2m+2)!}$.

$2a$	$2b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 28.11.2016.

2. (ukupno 18 bodova)

   (a) (12 bodova) Odredite i obrazložite konvergiraju li redovi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n+3}$ i $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n!)^3}{(3n)!}$.

   (b) (6 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^3}{2^n} x^n$.

3a	3b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 28.11.2016.

3. (ukupno 16 bodova)

   (a) (8 bodova) Izračunajte $D(f\circ g)(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ ako su $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ i $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ zadane s

   $$f(x,y)=(y^2,x\cos(xy)),\qquad g(u,v)=(u\cos v,v\cos u).$$

   (b) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine i normale na graf funkcije $f(x,y)=e^{xy}\sin(x)$ kroz točku $(\frac{\pi}{2},0,1)$.

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 28.11.2016.

4. (10 bodova) Da li sljedeći red
$$\sum \frac{\ln \sqrt{k}}{k}$$
konvergira? Odgovor obrazložite.

5. (10 bodova) Nađite Taylorov red oko nule za funkciju
$$f(x) = \frac{2x}{1-x^2}.$$

6. (12 bodova) Krivulja je dana parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = t\vec{i} + (1+t^2)\vec{j}$.
   (a) Nađite točke u kojima su $\mathbf{r}(t)$ i $\mathbf{r}'(t)$ međusobno okomiti.
   (b) Nađite točke u kojima $\mathbf{r}(t)$ i $\mathbf{r}'(t)$ imaju isti smjer.
   (c) Nađite točke u kojima su $\mathbf{r}(t)$ i $\mathbf{r}'(t)$ imaju obrnute smjerove.

7. (10 bodova) Da li funkcija
$$f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y}$$
ima limes u točki $(1,-1)$? Odgovor obrazložite.

8. (8 bodova) Nađite brzinu promjene (tj. derivaciju) funkcije $f(x,y) = x\mathrm{e}^y + y\mathrm{e}^{-x}$ uzduž krivulje $\mathbf{r}(t) = (\ln t)\vec{i} + t(\ln t)\vec{j}$.