2. Statika

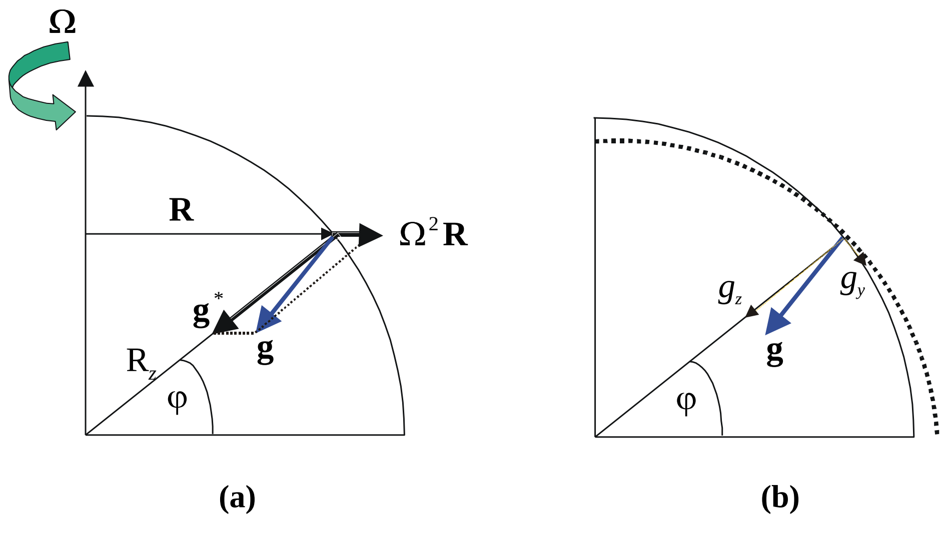
2.1 Sila teža

Promatramo čest koja miruje na Zemljinoj površini. Promatramo li čest iz fiksnog (inercijalnog) sustava, vidimo da na nju djeluju dvije sile: gravitaciona i centripetalna. Gravitacionom silom, koja je prikazana jednadžbom (1.2.3) međusobno se privlače masa česti i masa Zemlje. Zbog centripetalne sile, čiju akceleraciju prikazuje jednadžba (1.3.2), čest rotira zajedno sa Zemljom.

Promatramo li čest sa Zemlje (iz neinercijalnog sustava koji rotira) vidimo da na nju djeluje samo gravitaciona sila. Newtonove zakone gibanja u tom sustavu možemo primijeniti samo ako uvažimo akceleraciju koordinata samog neinercijalnog sustava. Stoga gravitacionoj sili moramo dodati prividnu centrifugalnu silu, koja je u ravnoteži s centripetalnom. Rezultanta gravitacijske i centrifugalne sile je **sila teža** (vidi sliku 2.1), a njena akceleracija **g** je

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}^* + \Omega^2\,\mathbf{R} = -\,G\,M_z\,r^{-2}\,(\mathbf{r}\,/\,r) + \Omega^2\,\mathbf{R}, \qquad (2.1.1)$$

gdje je $\mathbf{g}^*$ je vektor akceleracije gravitacione sile, **r** je vektor udaljenosti centara masa Zemlje i česti, G je gravitacijska konstanta, M_z je masa Zemlje, **R** je vektor udaljenosti česti od osi rotacije, a Ω je kutna brzina rotacije Zemlje.



Slika 2.1. Akceleracija sile teže (**g**) rezultanta je gravitacione aceleracije (**g***) i centrifugalne akceleracije (Ω^2 **R**) na geografskoj širini φ (slika (a)). Kad bi Zemlja bila savršena kugla akceleraciju sile teže mogli bi rastaviti na komponentu usmjerenu prema središtu Zemlje (g_z) i na meridionalnu komponentu orijentiranu prema ekvatoru (g_y). Komponenta g_y uzrokuje spljoštenost Zemlje. Površina Zemlje prikazana je crtkanom krivuljom (slika (b)).

Akceleracija sile teže samo je na polovima i ekvatoru usmjerena prema središtu Zemlje. Nadalje, samo na polovima je sila teža jednaka gravitacionoj sili. Kada bi Zemlja bila kugla, tada bi akceleraciju sile teže mogli rastaviti na dvije komponente g_z i g_y (vidi sliku 2.1.b). Komponenta g_z usmjerena je prema središtu Zemlje, a komponenta g_y paralelna je Zemljinoj površini i usmjerena duž meridijana prema ekvatoru. Zbog djelovanja meridionalne komponente g_y Zemlja se spljoštila, pa je ekvatorijalni radijus oko 21 km veći od polarnog. Ako zanemarimo postojanje topografskih prepreka, oblik Zemlje je takav da je sila teža svugdje okomita na Zemljinu površinu, koja je na slici prikazana crtkanom krivuljom.

Kako je akceleracija gravitacione sile obrnuto proporcionalna kvadratu udaljenosti centara masa Zemlje i promatranog tijela ($g^* \sim r^{-2}$), to je zbog spljoštenosti Zemlje doprinos gravitacije sili teži takav, da povećava težinu tijela idući od ekvatora prema polovima. Centrifugalna sila ovisi o radijusu udaljenosti od osi rotacije R, (koji je proporcionalan kosinusu geografske širine φ). Stoga centrifugalna sila opada idući od ekvatora prema polovima, te je njen doprinos sili teži pri porastu geografske širine suprotan doprinosu gravitacione sile. Međutim, magnitude ta dva doprinosa su različite. Akceleracija gravitacije g^* brže raste porastom φ, no što akceleracija centrifugalne sile opada. Stoga je rezultantni efekt takav da g raste idući od ekvatora prema polovima. Tako je na primjer na Zemljinoj površini na ekvatoru g = 9.78 m s^{-2}, dok je na polovima g = 9.83 m s^{-2}.

Do sada smo razmatrali djelovanje sile teže na čest koja se nalazi na Zemljinoj površini. Ako se čest nalazi na nadmorskoj visini z, tada je udaljenost centara masa Zemlje i česti $r = \mathrm{R_z} + z$, a udaljenost česti od osi rotacije je $R = (\mathrm{R_z} + z)\cos\varphi$ pa akceleracija sile teže općenito ovisi i o geografskoj širini i o nadmorskoj visini. U literaturi se može naći više sličnih formula koje prikazuju ovisnost $g = g\,(\varphi, \mathrm{z})$, a izvedene su na temelju empirije i geometrije Zemlje. Jedna od njih je

$$g = \mathrm{g}\,(0, 45°)(1 - 2.637\cdot10^{-3}\cos 2\varphi + 5.9\cdot10^{-6}\cos^2 2\varphi)\,(1 - 3.09\cdot10^{-7}\,z), \qquad (2.1.2)$$

gdje je $g(0, 45°)$ = 9.80616 m s^{-2} akceleracija sile teže na razini mora na geografskoj širini od 45°, a z je nadmorska visina u metrima. U meteorologiji i ocenaografiji postojeće male varijacije akceleracije sile teže geografskom širinom najčešće zanemarujemo. Slično vrijedi i za nadmorsku visinu (odnosno dubinu), budući da atmosferu i ocean, a pogotovo troposferu u odnosu na Zemlju možemo smatrati plitkim fluidima. Stoga je najčešće dovoljno pretpostaviti da je Zemlja savršena kugla i da je akceleracija sile teže konstantna $g = \mathrm{g_c}$ = 9.81 m s^{-2}. Iznimno, u nekim specijalnim slučajevima, poput određivanja ovisnosti tlaka o visini za potrebe zrakoplovstva, koristi se vrijednost za US standardnu atmosferu $\mathrm{g_c}$ = 9.80665 m s^{-2}.

Kako je Zemljina površina svugdje okomita na akceleraciju sile teže, duž same površine Zemlje ne postoji komponenta sile teže. Drugim riječima, Zemljina površina je ravnotežna površina. Takvu ravnotežnu površinu nazivamo **nivo ploha** (eng. *level surface*). Nivo plohe možemo odrediti i u visini. U tom slučaju uvažavamo ovisnost akceleracije sile teže o geografskoj širini.

Zadaci

2.1.1. Izračunaj kut α između gravitacione sile i sile teže na Zemljinoj površini kao funkciju zemljopisne širine φ. Predpostavi da je radijus Zemlje $\mathrm{R_z}$ konstantan. (**Rješenje**: akceleracija sile teže na Zemljinoj površini je $\mathbf{g} = -\,\mathrm{G\,M_z}\,r^2\,(\mathbf{r}\,/\,r) + \Omega^2\,\mathbf{R}$, gdje je $\mathbf{R}$ vektor udaljenosti tijela od osi rotacije, $R = \mathrm{R_z}\cos\varphi$, a $\mathbf{r} = \mathbf{R_z}$ je vektor udaljenosti tijela od središta Zemlje. Označimo sa α kut između vektora gravitacione sile i vektora sile teže. Primijenimo sinusov poučak: $\Omega^2 R / \sin\alpha = g / \sin\varphi$. Budući je kut α malen, vrijedi $\sin\alpha \approx \alpha$. Tako se dobije $\alpha \approx \sin\alpha = R_z\,\Omega^2 \sin 2\varphi\,/\,(2g)$.)

2.1.2. Izračunaj kut α između gravitacione sile i sile teže za čest koja miruje na Zemljinoj površini na ovim zemljopisnim širinama: a) 30°N, b) 45°N, c) 60°N i d) 90°N. Pretpostavi da su radijus Zemlje i akceleracija sile teže konstantni (R_z = 6371 km, g_0 = 9.81 m s^{-2}). (**Rješenje**: a) $8.6 \cdot 10^{-2}$ °, b) $9.9 \cdot 10^{-2}$ °, c) $8.6 \cdot 10^{-2}$ °, d) 0 °)

2.2 Geopotencijal

Tijelo koje se nalazi u polju Zemljine sile teže, posjeduje potencijalnu energiju. Potencijalnu energiju sile teže po jedinici mase (potencijal sile teže) nazivamo **geopotencijal**

$$\phi = \int_0^z g dz , \tag{2.2.1}$$

gdje je ϕ geopotencijal (J kg^{-1}), z je geometrijska visina tijela mjerena od srednje razine mora (m), a g je akceleracija sile teže. Geopotencijal je numerički jednak radu potrebnom da se jedinična masa podigne sa srednje razine mora na zadanu geometrijsku visinu z.

Nivo plohe (ravnotežne plohe koje su svugdje okomite na akceleraciju sile teže) ujedino su i **ekvipotencijalne** plohe, budući da je na njima potencijal sile teže (geopotencijal) konstantan. Te ekvipotencijalne plohe geopotencijala nazivamo još i **geopotencijalne** plohe ili **horizontalne** plohe. Kad bi površina mora mirovala, podudarala bi se s geopotencijalnom plohom $\phi = 0$. Tu plohu nazivamo **srednja razina mora**. Tijelo definirano srednjom razinom mora nazivamo **geoid**. Oblik Zemlje neznatno odstupa od geoida.

Kako je akceleracija sile teže okomita na geopotencijalne plohe, **g** mora biti orijentiran u smjeru najbržeg opadanja geopotencijala

$$\mathbf{g} = - \nabla\phi , \tag{2.2.2}$$

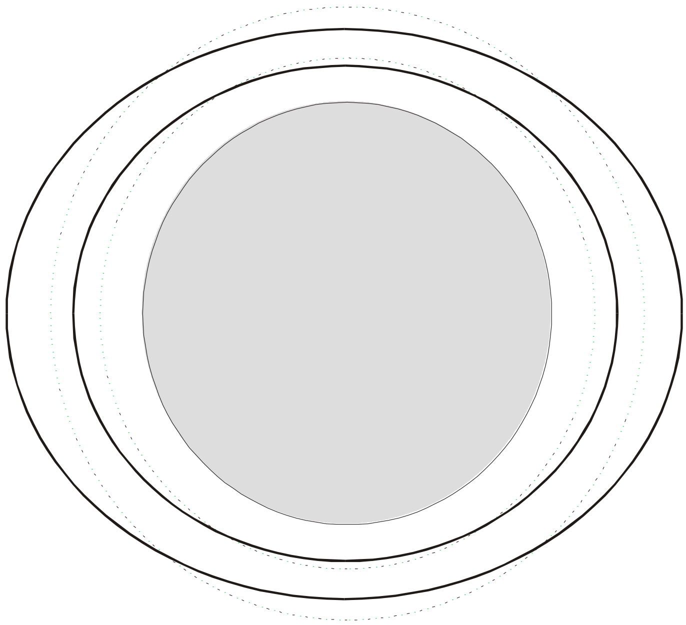
gdje je gradijent geopotencijala $\nabla\phi = (\partial\phi \;/\; \partial x)\,\mathbf{i} + (\partial\phi \;/\; \partial y)\,\mathbf{j} + (\partial\phi \;/\; \partial z)\,\mathbf{k}$. Smjer $\nabla\phi$ zove se **vertikala**, a **g**, koji je u smjeru vertikale, orijentiran je vertikalno prema dolje, tako da je

$$\mathbf{g} = - g\,\mathbf{k} . \tag{2.2.3}$$

Na geopotencijalnoj plohi mora biti $(\partial\phi \;/\; \partial x)_{\phi\,=\,\text{konst.}} = 0$ i $(\partial\phi \;/\; \partial y)_{\phi\,=\,\text{konst.}} = 0$. Dalje, izjednačavanjem jednadžbi (2.2.2) i (2.2.3) dobivamo

$$g = \partial\phi \;/\; \partial z. \tag{2.2.4}$$

Horizontalne plohe (nivo plohe, odnosno geopotencijalne plohe) različite su od ploha čija je udaljenost od srednje razine mora svugdje jednaka (slika 2.2). Geometrijska udaljenost između dviju uzastopnih geopotencijalnih ploha je $\Delta z = \Delta\phi \;/\; g = 1 \;/\; g$, dakle varira geografskom širinom (kod određivanja nivo ploha u visini uvažavamo ovisnost $g = g\,(\phi)$), tako da je na ekvatoru veća nego na polovima. Stoga su geopotencijalne plohe nagnute prema polovima. Tijelo koje miruje na geopotencijalnoj plohi, može ostati u ravnoteži (u stanju mirovanja) na toj plohi. Međutim, tijelo koje se nalazi na plohi koja je svugdje jednako udaljena od srednje razine mora, neće ostati u stanju mirovanja, već će se početi gibati prema položaju u kojem ima manju potencijalnu energiju, dakle, prema ekvatoru, gdje je geopotencijal manji. Odatle je očito da geometrijski definirane izoplohe (one koje su svugdje jednako udaljene od srednje razine mora) nisu pogodne za proučavanju statike i dinamike atmosfere, već su za to pogodne dinamički definirane izoplohe - geopotencijalne plohe.



Slika 2.2. Plohe koje se nalaze na jednakoj udaljenosti od srednje razine mora (prikazane su crtkanim krivuljama) i geopotencijalne (ekvipotencijalne, horizontalne ili nivo) plohe, koje su prikazane punim krivuljama. Radi bolje preglednosti slike prikazane su preuveličane razlike između ploha. Geopotencijalne plohe nad polovima su gušće i bliže tlu nego nad ekvatorom.

Iz definicije geopotencijala (jednadžba (2.2.1)) vidimo da geopotencijal ima dimenzije energije po jedinici mase ($J\ kg^{-1} = N\ m\ kg^{-1} = m^2\ s^{-2}$). U praksi se prema preporuci Svjetske meteorološke organizacije[1] geopotencijal izražava pomoću **geopotencijalne** visine *Z*, koja je različita od geometrijske visine *z*.

Geopotencijalna visina *Z* je definirana uz pretpostavku da je akceleracija sile teže svugdje konstantna $g = g_0 = 9.8\ m\ s^{-2}$

$$Z = \frac{\phi}{g_0} . \qquad (2.2.5)$$

Uvrštavanjem geopotencijala (jednadžba (2.21)) uz $g_0 = 9.8\ m\ s^{-2}$ dalje dobivamo vezu između geopotencijalne visine *Z* i geometrijske visine *z*

$$Z = \frac{1}{9.8}\int_0^z g dz , \qquad (2.2.6)$$

[1] Eng. *World Meteorological Organization* (WMO) .

gdje je Z izražena u **geopotencijalnim metrima** (gpm). Jedinična masa, koja se nalazi na geografskoj širini na kojoj je g = 9.8 m s^{-2} na geometrijskoj visini z = 1 m (gdje z mjerimo od srednje razine mora), ima zbog polja sile teže (jednadžba (2.2.1)) potencijalnu energiju od 9.8 J kg^{-1} = 9.8 m^2 s^{-2}. Taj geopotencijal odgovara geopotencijalnoj visini (jednadžba (2.2.6)) Z = 1 gpm. Odatle je 1 gpm = 9.8 J kg^{-1} = 9.8 m^2 s^{-2}. Iz jednadžbe (2.2.6) vidimo da je vrijednost geopotencijalne visine Z u geopotencijalnim metrima približno jednaka vrijednosti geometrijske visine z u metrima. Razlike između geometrijske i geopotencijalne visine najveće su na polovima i na ekvatoru. Na polovima je za danu vrijednost ϕ geopotencijalna visina veća od geometrijske ($Z > z$), budući da je tamo $g > g_0$. Suprotno tome, na ekvatoru je zbog $g < g_0$ za isti ϕ geopotencijalna visina manja od geometrijske ($Z < z$). Geopotencijalna i geometrijska visina potpuno su jednake samo na geografskoj širini φ = 38°, budući da je tamo g = 9.8 m s^{-2} = g_0. Stoga su geopotencijalne plohe (ϕ = konst.) nad polovima bliže Zemlji, te su međusobno manje udaljene nego nad ekvatorom (slika 2.2). Zbog praktične primjene važno je naglasiti da su stvarne razlike u vrijednostima Z (gpm) od z (m) u donjoj atmosferi vrlo male – u prvih 22 km atmosfere te razlike ne prelaze 1 %. Stoga je pretpostavka Z (gpm) $\approx z$ (m) opravdana, naročito u troposferi. U tablici 2.1. navedene su za ilustraciju vrijednosti z, Z i g u prvih 90 km atmosfere na geografskoj širini φ = 40°.

Tablica 2.1. Vrijednosti geometrijske visine z, geopotencijalne visine Z i akceleracije sile teže g u prvih 90 km atmosfere na geografskoj širini φ = 40°.

z (m)	Z (gpm)	g (m s^{-2})
0	0	9.802
1000	1000	9.798
10000	9986	9.771
20000	19941	9.741
30000	29864	9.710
60000	59449	9.620
90000	88758	9.531

2.3 Hidrostatička ravnoteža

2.3.1. Hidrostatička ravnoteža

Promatramo čest fluida mase m koja miruje na Zemlji. Uvažimo li rotaciju Zemlje, možemo primijeniti Newtonov drugi zakon gibanja (jednadžba 1.2.1), koji kaže da je promjena impulsa česti jednaka sumi svih sila koje djeluju na čest. Budući da čest miruje, znači da se nalazi u ravnotežnom stanju. Stoga, promjena impulsa m **a**, gdje je **a** akceleracija česti, mora biti jednaka nuli. Sile koje djeluju na čest jesu sila gradijenta tlaka (koja postoji zbog prostorne promjene tlaka, gravtaciona sila (zbog privlačenja masa Zemlje i česti) i centrifugalna sila (koju moramo uvažiti zbog rotacije Zemlje). Kako je rezultanta gravitacione i centrifugalne sile sila teža, primjenom Newtonovog drugog zakona dobivamo jednadžbu

$$\mathbf{0} = \mathbf{F}_\mathbf{p} + m\mathbf{g}, \tag{2.3.1}$$

gdje je $F_p = - m\, \rho^{-1}\, \nabla p$ sila gradijenta tlaka (vidi poglavlje 1.2.1), a m **g** je sila teža (poglavlje 2.1). Podijelimo li gornju jednadžbu masom nakon preuređivanja dobivamo

$$-\rho^{-1}\, \nabla p + \mathbf{g} = \mathbf{0}. \tag{2.3.2}$$

Kako je gustoća fluida $\rho = \alpha^{-1}$, gdje je α specifični volumen, te kako je akceleracija sile teže $\mathbf{g} = - \nabla\phi$, jednadžbu (2.3.2) možemo pisati i ovako

$$-\alpha\, \nabla p + \mathbf{g} = \mathbf{0}, \tag{2.3.2a}$$

ili

$$\rho^{-1}\, \nabla p + \nabla\phi = \mathbf{0}, \tag{2.3.2b}$$

ili

$$\alpha\, \nabla p + \nabla\phi = \mathbf{0}. \tag{2.3.2c}$$

Pogledajmo sada zasebno ravnotežu po komponentama. Najprije pogledajmo horizontalnu komponentu jednadžbe (2.3.2). Kako čest miruje, sile X_A i X_B koje djeluju u x – smjeru (slika 2.3), moraju biti u ravnoteži $X_A + X_B = 0$, gdje je $X_A = [\, p_0 - (\partial p / \partial x)\, \delta x / 2]\delta y\, \delta z$ i $X_B = - [\, p_0 + (\partial p / \partial x)\, \delta x / 2]\delta y\, \delta z$

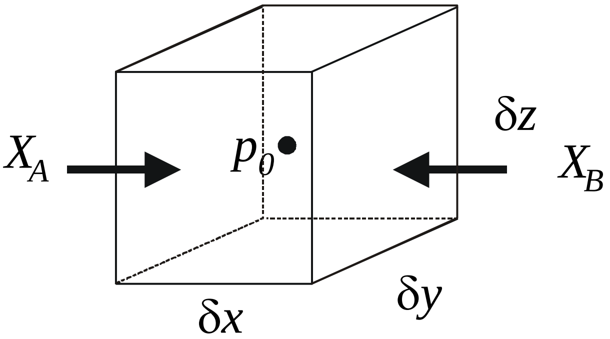
$$X_A + X_B = [\, p_0 - (\partial p / \partial x)\, \delta x / 2]\delta y\, \delta z - [\, p_0 + (\partial p / \partial x)\, \delta x / 2]\delta y\, \delta z = - (\partial p / \partial x)\, \delta x\, \delta y\, \delta z =$$

$$= - (\partial p / \partial x)\, \delta V = 0.$$

Odatle mora vrijediti $\partial p / \partial x = 0$. Analognim razmatranjem dobiva se i $\partial p / \partial x = 0$. Tako dolazimo do Pascalovog zakona koji vrijedi za fluid koji miruje

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0\,. \tag{2.3.3}$$

Fizikalno Pascalov zakon (2.3.3) znači da se sve točke fluida koji miruje, a koje se nalaze na istoj dubini, moraju nalaziti na istom tlaku. Pascalov zakon možemo formulirati i ovako – tlak u nekoj točki fluida koji miruje jednak je u svim smjerovima.



Slika 2.3. Ravnoteža x – komponenti sila koje djeluju na čest fluida koja miruje. Tlak u središtu česti je p_0.

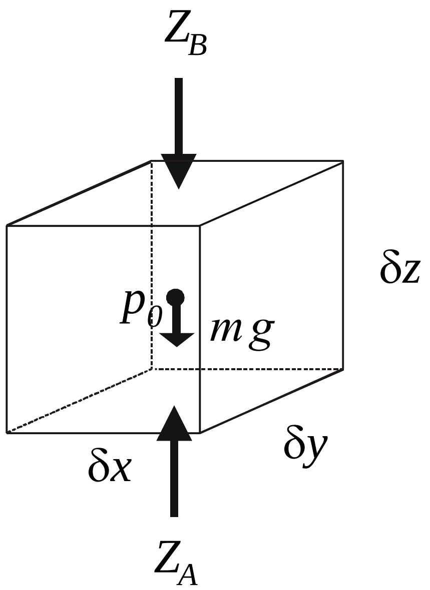
Pogledajmo sada vertikalnu komponentu jednadžbe (2.3.2) (slika 2.4). Budući da čest mirjue, rezultanta sila koje djeluju u z-smjeru mora biti jednaka nuli $Z_A + Z_B - m\,g = 0$, gdje je $Z_A = [\,p_0 - (\partial p/\partial z)\,\delta z/2]\delta x\,\delta y$, $Z_B = -[\,p_0 + (\partial p/\partial z)\,\delta z/2]\delta x\,\delta y$, a $m\,g = \delta x\,\delta y\,\delta z\,\rho\,g$. Odatle je

$$[\,p_0 - (\partial p/\partial z)\,\delta z/2]\delta x\,\delta y - [\,p_0 + (\partial p/\partial z)\,\delta z/2]\delta x\,\delta y - \delta x\,\delta y\,\delta z\,\rho\,g = 0.$$

Nakon sređivanja i dijeljenja gornje jednadžbe s $\delta V = \delta x\,\delta y\,\delta z$ dobivamo **hidrostatičku jednadžbu**

$$\partial p/\partial z = -\,g\,\rho, \qquad (2.3.4)$$

koja duž vertikale opisuje osnovno ravnotežno stanje atmosfere.



Slika 2.4. Ravnoteža sila u z smjeru za čest fluida koja miruje. Tlak u središtu česti je p_0.

Hidrostatičku ravnotežu možemo izraziti i pomoću geopotencijala. Preuredimo jednadžbu (2.3.4) u $\partial p = -\,g\,\rho\,\partial z$. Budući je $g = \partial\phi/\partial z$ (vidi jednadžbu (2.2.4)), nakon uvrštavanja $\partial p = -(\partial\phi/\partial z)\,\rho\,\partial z$ dobivamo još jedan oblik hidrostatičke jednadžbe

$$\partial p = -\,\rho\,\partial\phi, \qquad (2.3.4a)$$

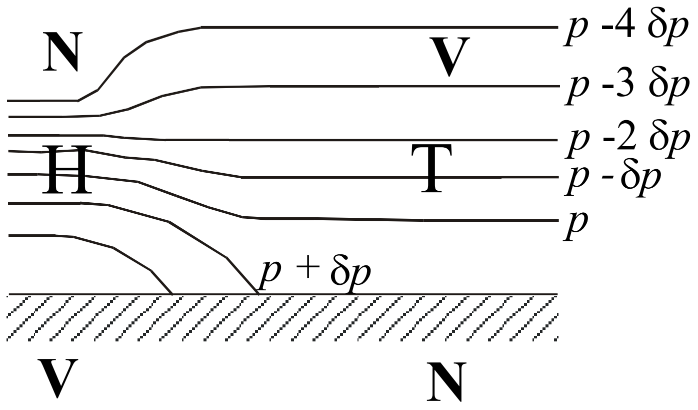
gdje je ϕ geopotencijal. Ova jednadžba često se koristi u obliku

$$\partial\phi/\partial p = -\,1/\rho = -\,\alpha. \qquad (2.3.4b)$$

Uvrstimo li u hidrostatičku jednadžbu (2.3.4) gustoću $\rho = p/\mathrm{R}\,T$, koju smo odredili iz jednadžbe stanja idealnog plina (1.5.8), koja dobro aproksimira stanje atmosfere, dobivamo još jedan oblik hidrostatičke jednadžbe

$$\partial p/\partial z = -\,g\,p/\mathrm{R}\,T. \qquad (2.3.4c)$$

Jednadžba (2.3.4c), ukazuje na dvije činjenice (slika 2.5): (1) zbog $\partial p / \partial z \sim p$ tlak visinom brže opada u područjima u kojima je po horizontali veći; i (2) zbog $\partial p / \partial z \sim 1 / T$ tlak visinom brže opada u hladnijim nego u toplijem zraku. Prva činjenica ukazuje na to da će tlak nad prizemnom anticiklonom visinom brže opadati nego nad susjednom prizemnom ciklonom. Na nekoj visini u troposferi tlak nad prizemnom anticiklonom može biti niži od tlaka nad prizemnom ciklonom na istoj visini. Drugim riječima, nad prizemnim područjem visokog tlaka može se u visini nalaziti područje niskog tlaka i suprotno, nad prizemnim područjem niskog tlaka u visini se može nalaziti područje visokog tlaka. Brže opadanje tlaka visinom u hladnijem zraku rezultat je veće gustoće zraka, budući je pri istom tlaku hladniji zrak gušći od toplijeg.



Slika 2.5. Vertikalni presjek kroz troposferu. Područja visokog i niskog tlaka označena su s **V** i **N**. Hladan zrak označen je s H, a topao s T.

Kako je ravnotežno stanje ujedino i stacionarno (nema promjene u vremenu) $\partial p / \partial t = 0$ te kako zbog Pascalovog zakona (jednadžba (2.3.3)) vrijedi $\partial p / \partial x = \partial p / \partial y = 0$, to je parcijalna promjena tlaka visinom jednaka totalnoj promjeni tlaka visinom

$$\partial p / \partial z \equiv \mathrm{d}\, p / \mathrm{d}\, z. \qquad (2.3.5)$$

Hidrostatičku jednadžbu (2.3.4) ovdje smo izveli uz uvjet da fluid miruje. Međutim, atmosfera se neprestano giba. Ipak, hidrostatička aproksimacija vrijedi i u slobodnoj atmosferi[2] na velikoj skali. Razlog tome je taj što su gibanja na velikoj skali dominanto horizontalna, pa je sila teža gotovo uravnotežena s vertikalnom komponentom sile gradijenta tlaka, što potvrđuju i mjerenja. Stoga do hidrostatičke jednadžbe možemo doći i analizom skala pojedinih članova u vertikalnoj jednadžbi gibanja, a to će biti učinjeno u poglavlju 7. U slučajevima u kojima su vertikalne brzine važne, a to su procesi na manjim skalama (npr. procesi unutar kumulonimubusa[3] ili u atmosferskom graničnom sloju) hidrostatička aproksimacija ne vrijedi. Općenito govoreći, hidrostatička aproksimacija vrijedi za pojave čije su vertikalne dimenzije puno manje od horizontalnih, drugim riječima vrijedi za pojave u **plitkom fluidu**. Stoga je, gledajući sinoptičku skalu, u kojoj su dimenzije pojava duž horizontale reda veličine 1000 km, a duž vertikale usporedive s debljinom troposfere, ispunjena. Ova aproksimacija nikako ne vrijedi za procese čija je horizontalna skala 10 km ili manja.

[2] Slobodna atmosfera nalazi se iznad atmosferskog graničnog sloja.
[3] grmljavinski oblak (Cb)

2.3.2. Barometarska stopa

Prosječna gustoća zraka pri tlu je ρ_s = 1.293 kg m^{-3}, a za akceleraciju sile teže u troposferi možemo pretpostaviti konstantnu vrijednost $g = g_c$ = 9.81 m s^{-2}. Uvrstimo li te vrijednosti u hidrostatičke jednadžbu (2.3.4) dobivamo

$$\partial p / \partial z = - g\, \rho = - 12.68433 \text{ Pa m}^{-1} = -1.015 \text{ hPa (8m)}^{-1} \approx - 1 \text{ hPa / 8 m.} \qquad (2.3.6)$$

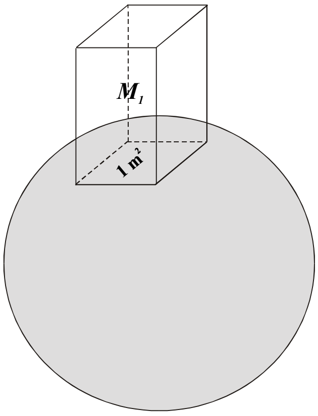
Pod **barometarskom stopom** podrazumijevamo promjenu visine duž koje se tlak smanji za jedinicu (1 hPa). Iz jednadžbe (2.3.6) vidimo da je u najnižem dijelu atmosfere (troposferi) barometarska stopa $\partial p / \partial z \approx - 1$ hPa / 8 m.

Red veličine horizontalnih promjena tlaka na sinoptičkoj skali je približno 10 hPa / 1000 km = 1 hPa / 100 km = 10^{-4} hPa / 10 m. Te promjene su oko 10^4 puta manje od vertikalnih promjena u troposferi ($\partial p / \partial z \approx$ 1.26 h Pa / 10 m). Unatoč malim horizontalnim gradijentima tlaka, strujanja na sinoptičkoj skali ipak su pretežno horizontalna, budući da je vertikalna komponenta sile gradijenta tlaka uravnotežena sa silom težom. Kad vertikalna komponenta sile gradijenta tlaka ne bi bila uravnotežena sa silom težom (tj. kad ne bi postojala hidrostatička ravnoteža), postojala bi vrlo jaka vertikalna strujanja. Takva jaka vertikalna strujanja ($W \sim 10$ m s^{-1}) pojavljuju se u atmosferi na manjim skalama za koje ne vrijedi hidrostatička aproksimacija (npr. u kumulonimbusu).

2.3.3. Procjena mase atmosfere

Hidrostatička jednadžba (2.3.4) može nam poslužiti za procjenu mase atmosfere. Pogledajmo stupac zraka jedinične baze (1 m^2), koji se proteže od tla pa do vrha atmosfere (slika 2.6). Masu stupca označimo s M_1. Tlak zraka na dnu stupca jednak je prosječnom tlaku na razini mora p_s = 1013 hPa, a tlak zraka na vrhu stupca (vrhu atmosfere) mora biti 0 hPa. Gustoću zraka prikažemo pomoću jednadžbe hidrostatičke ravnoteže $\rho = - \partial p / (g\, \partial z)$, imajući na umu da vrijedi jednakost (2.3.5). Odatle je

$$M_1 = \int_0^\infty \rho dz = \int_0^\infty \left(- \frac{\partial p}{g \partial z} \right) dz = - \int_{p_s}^0 \frac{dp}{g} = \frac{p_s}{g} .$$



Slika 2.6. Stupac zraka jedinične baze koji se proteže od tla do vrha atmosfere. Masa stupca je M_1. Zbog preglednosti slike dimenzije stupca su preuveličane u odnosu na dimenzije Zemlje.

Masa cijele atmosfere M_A mora jednaka je umnošku mase M_1 i površine Zemlje $4\,R_z^2\,\pi$, gdje pretpostavljamo da je Zemlja kugla radijusa R_z = 6371 km. Uvrštavanjem brojčanih vrijednosti dobivamo $M_A \approx 5\cdot10^{18}$ kg. Ova vrijednost je samo približna vrijednost mase atmosfere budući da su i tlak na razini mora i radijus Zemlje i akceleracija sile teže varijabilni.

2.3.4. Promjena gustoće zraka visinom

Gustoća zraka rezultat je djelovanja gravitacije, koja privlači masu atmosfere prema Zemlji, i toplinskog djelovanja zbog kojeg je topliji zrak rjeđi, a hladniji gušći. Da odredimo vertikalne varijacije gustoće, krenuti ćemo od jednadžbe stanja idealnog plina (1.5.8), gdje umjesto specifičnog volumena α uvrstimo recipročnu vrijednost gustoće $p = \rho\,\mathrm{R}\,T$. Jednadžbu stanja najprije logaritmirajmo po bazi prirodnog logaritma, a zatim derivirajmo po z. Tako dobivamo

$$\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z} \quad . \tag{2.3.7}$$

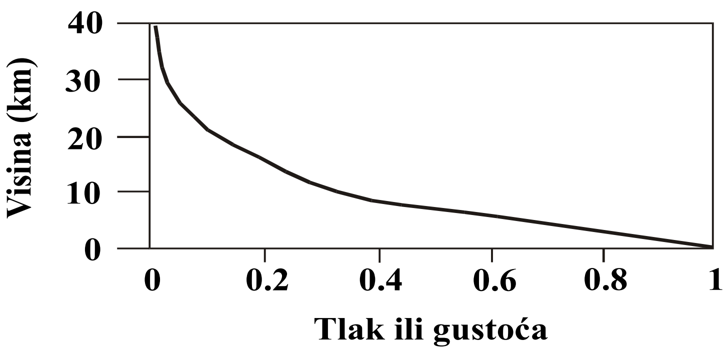
Nakon uvrštavanja hidrostatičke jednadžbe $\partial p\,/\,\partial z = -\,g\,\rho$ i jednadžbe stanja $p = \rho\,\mathrm{R}\,T$, dobivamo

$$\frac{1}{\rho \mathrm{R} T}\left(-\,g\rho\right) = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z},$$

iz čega slijedi promjena gustoće zraka visinom

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{\rho}{T}\left(\frac{g}{\mathrm{R}} + \frac{\partial T}{\partial z}\right). \tag{2.3.8}$$

Jednadžbu (2.3.8) izveli smo pretpostavljajući hidrostatičku atmosferu koja se ponaša kao idealni plin. Izuzmemo li procese na malim prostorno-vremenskim skalama (kad hidrostatička ravnoteža ne postoji), obje pretpostavke dobro opisuju ponašanje atmosfere. U skladu s tim i jednadžba (2.3.8) dobro opisuje promjenu gustoće visinom. I tlak i gustoća zraka postepeno se smanjuju visinom te se asimptotski približavaju nuli (slika 2.7).



Slika 2.7. Shematski prikaz prosječne promjene tlaka ili gustoće s visinom u atmosferi.

Kako je u meteorologiji najčešće dovoljno pretpostaviti da je akceleracija sile teže konstantna $g = g_c = 9.81\ \mathrm{m\ s^{-2}}$, to je prvi član u zagradi u jednadžbi (2.3.8) konstantan. Za suhu atmosferu specifična plinska konstanta R jednaka je specifičnoj plinskoj konstanti suhog zraka R_d = 287 J kg^{-1} K^{-1}, odnosno g / R = 3.42 K / 100 m. Drugi član u zagradi, koji opisuje promjenu atmosferske temperature visinom, jednak je negativnoj vrijednosti vertikalnog temperaturnog gradijenta $\gamma = - \partial T / \partial z$ (vidi poglavlje 1.1.2). Odatle slijedi još jedan izraz za promjenu gustoće zraka visinom

$$\partial \rho / \partial z = - (\rho / T) (0.0342 - \gamma). \tag{2.3.9}$$

Prema tome, gustoća zraka opadati će visinom u atmosferi sve dok je γ < 3.42 K / 100 m, odnosno sve dok je $\partial T / \partial z$ > - 3.42 K / 100 m. Ako je γ = 3.42 K / 100 m, gustoća se visinom neće mijenjati, a ako je γ > 3.42 K / 100 m (tj. ako je $\partial T / \partial z$ < - 3.42 K / 100 m), gustoća će visinom rasti.

U atmosferskm graničnom sloju γ je jako promjenjiv i prostorno i vremenski. Tu se često javljaju **inverzije** - situacije u kojima temperatura visinom raste (γ < 0). (Na postojanje inverzije u atmosferskom graničnom sloju ukazuje nam prisutnost magle.) Stoga je i promjena gustoće visinom $\partial \rho / \partial z$ u atmosferskom graničnom sloju također jako promjenjiva.

U slobodnoj troposferi temperatura visinom u prosjeku opada za oko 0.65 K po 100 m, što drugim riječima znači da zbog γ = 0.65 K / 100 m < 3.42 K / 100 m, gustoća u tom sloju opada visinom.

Atmosferu kojoj se gustoća zraka ne mijenja visinom nazivamo **homogena atmosfera**. Pretpostavimo da je gustoća takve atmosfere jednaka prosječnoj gustoći zraka pri tlu u realnoj atmosferi $\rho = \rho_s$ = 1.293 kg m^{-3} te da je tlak na dnu jednak prosječnom tlaku na razini mora u realnoj atmosferi p_s = 1.293 kg m^{-3}. Primjenom hidrostatičke jednadžbe (2.3.4) možemo odrediti visinu H takve hipotetske atmosfere koja u prirodi ne postoji. Pomnožimo hidrostatičku jednadžbu s ∂z i zatim integriramo od tla do vrha. Tako dobivamo

$$\int_{p_s}^{0} \partial p = -\int_{0}^{H} g \rho_s \partial z \, . \tag{2.3.10}$$

Zanemarimo li varijacije akceleracije sile teže $g = g_c$ = 9.81 m s^{-2}, rješavanjem (2.3.10) dobivamo H ≈ 8 km.

2.3.5. Osnovna hipsometrijska formula

Polazeći od hidrostatičke jednadžbe (2.3.4) možemo odrediti vertikalnu udaljenost dviju izobarnih ploha, odnosno visinu stupca atmosfere čija se donja baza nalazi na tlaku p_1, a gornja na tlaku p_2. U hidrostatičkoj jednadžbi $\partial p = - g \rho \partial z$ prikažemo gustoću zraka ρ pomoću jednadžbe stanja idealnog plina (1.5.8) $p\alpha$ = R T, gdje je $\rho = \alpha^{-1}$. Tako dobivamo

$$\partial p / p = - (g / R T) \partial z. \tag{2.3.11}$$

Pretpostavimo da je temperatura zraka u stupcu koji se proteže od visine z_1 (tlaka p_1) do visine z_2 (tlaka p_2) jednaka vertikalnom srednjaku temperature u promatranom stupcu $\overline{T}$, te integriramo jednadžbu (2.3.11) od donje do gornje visine

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{\partial p}{p} = -\int_{z_1}^{z_2} \frac{g \partial z}{\mathrm{R}\overline{T}}. \tag{2.3.12}$$

Tako dobivamo osnovnu hipsometrijsku jednadžbu za suhi zrak

$$z_2 - z_1 = \frac{\mathrm{R}\overline{T}}{g} \ln \frac{p_1}{p_2}. \tag{2.3.13}$$

Ako je zrak vlažan, tada umjesto vertikalno osrednjene temperature $\overline{T}$ koristimo vertikalno osrednjenu virtualnu temperaturu $\overline{T}_v$ (vidi poglavlje 5.2.10). Iz osnovne hipsometrijske jednadžbe (2.3.13) očito je da je debljina sloja ograničenog dvjema izobarnim plohama p_1 i p_2 to veća što je srednja temperatura sloja veća, što drugim riječima znači da je gustoća zraka u promatranom sloju manja. Debljinu sloja ograničenog dvjema izobarnim plohama nazivamo još i **relativna topografija**, a označavamo s RT. Tako se na primjer RT 500/1000 hPa odnosi na debljinu sloja ograničenog izobarnim plohama 1000 i 500 hPa, dok je RT 700/850 hPa debljina sloja ograničenog plohama 850 i 700 hPa.

Osnovna hipsometrijska formula često se koristi u praksi, npr. u zrakoplovstvu. Visina zrakoplova z_2 određuje visinomjerom (altimetrom) iz poznate početne visine z_1, poznatih tlakova zraka na početnoj i krajnjoj visini p_1 i p_2, te srednje temperature u sloju $\overline{T}$. U meteorološkoj praksi prognoza debljine sloja 1000-500 hPa često se upotrebljava kao grubi pokazatelj toga da li će padati tekuća ili kruta oborina (vidi Bluestein, 1993, poglavlje 3). Tu naravno treba koristiti osnovnu hipsometrijsku jednadžbu za vlažan zrak (u jednadžbi 2.3.13 treba biti vertikalno osrednjena virtualna temperatura) Ako je srednja virtualna temperatura sloja 1000-500 hPa visoka (tj. debljina sloja je velika), vjerojatnost da padne snijeg je vrlo mala. Pojava snijega vezana je uz debljinu RT 500/1000 hPa manju od neke kritične vrijednosti. Kritična vrijednost razlikuje se od mjesta do mjesta, a može varirati i sezonski.

2.3.6. Standardna atmosfera

Mjerenja atmosferskog tlaka, koja se provode tijekom posljednjih dvjestotinjak godina, pokazuju veliku prostornu i vremensku varijabilnost. Do sad izmjerene vrijednosti tlaka na srednjoj razini mora nalazile su se u rasponu od 850 do 1084 hPa. Horizontalne varijacije tlaka (a time i gustoće) posljedica su varijacija temperature. Isto vrijedi i za vremenske varijacije tlaka (gustoće) u nekoj točki prostora. Prema tome, varijable stanja izrazito su prostorno i vremenski promjenjive.

Kako je nemoguće rutinski mjeriti varijable stanja sa zadovoljavajućom prostornom i vremenskom gustoćom podataka, a to se naročito odnosi na visinska mjerenja, u praksi često pretpostavljamo da se tlak, temperatura i gustoća zraka mijenjaju visinom kao i u **standardnoj atmosferi**. Standardna atmosfera predstavlja idealizirano stacionarno stanje atmosfere, određeno uz pretpostavku idealnog plina, umjerene Sunčeve aktivnosti te još neke druge pretpostavke. Prikladna je za prikaz prosječnog stanja atmosfere, a na temelju međunarodnih sporazuma koristi se u zrakoplovstvu[4]. Osim hipotetske razdiobe tlaka, temperature i gustoće visinom (vidi Dodatak IV), standardnom atmosferom se definiraju i hipotetske vertikalne razdiobe drugih, općenito prostorno i vremenski promjenjivih, veličina poput geopotencijala, brzine zvuka, akceleracije sile teže i brzine zvuka (vidi npr. Gelo, 1994).

2.3.7. Redukcija tlaka na srednju razinu mora

Za uobičajene vrijednosti tlaka i temperature u donjem dijelu atmosfere opadanje tlaka s visinom, koje je reda veličine -1 hPa / 10 m, puno je veće od horizontalnih varijacija tlaka, čiji je red veličina u rasponu od 1 hPa / 10 km do 1 hPa / 100 km. Da bi odredili stvarne horizontalne varijacije tlaka, odnosno da eliminiramo razlike u tlaku koje među meteorološkim postajama postoje samo zbog različitih nadmorskih visina postaja (vidi sliku 2.8), moramo podatke o tlaku izmjerene na različitim nadmorskim visinama svesti na istu nadmorsku visinu. Dogovorom je to nadmorska visina srednje razine mora (z = 0 m), a sam postupak se naziva **redukcija[5] tlaka na normalni nivo** ili **redukcija tlaka na srednju razinu mora**. Drugim riječima, pri redukciji tlaka na srednju razinu mora računamo koliki bi bio tlak na postaji kad bi se ona nalazila na srednjoj razini mora. Na taj način podaci o tlaku s različitih postaja postaju međusobno usporedivi, a dobivene razlike u tlakovima postoje samo zbog stvarnih horizontalnih varijacija u polju tlaka.

Slika 2.8. Zbog opadanja tlaka s visinom u hidrostatičkoj atmosferi u istom polju tlaka u nekoj zadanoj geografskoj širini i dužinu tlak na većoj nadmorskoj visini manji je od tlaka na manjoj nadmorskoj visini. Da bi podaci s postaja koje se nalaze na različitim nadmorskim visinama bili usporedivi, odnosno da se odrede stvarne horizontalne varijacije tlaka, treba

---

[4] Pri kalibraciji zrakoplovnih visinomjera koriste se vrijednosti Međunarodne standardne atmosfere koju je usvojila Međunarodna organizacija za civilnu zračnu plovidbu (*International Civil Aviation Organization* – ICAO).

[5] Naziv redukcija pomalo je nespretan, budući da većina postaja ima nadmorsku visinu veću od z = 0 m, pa je 'reducirani' tlak veći od tlaka izmjerenog na samoj postaji, ali se i dalje koristi zbog svoje dugogodišnje ustaljenosti u meteorološkoj praksi.

eliminirati razlike koje potječu isključivo od različitih nadmorskih visina postaja. To se postiže svođenjem tlaka na srednju razinu mora.

Ako je na postaji čija je nadmorska visina z izmjeren tlak $p(z)$, tada je tlak na srednjoj razini mora na istoj geografskoj širini i dužini p_{NN}, gdje p_{NN} možemo odrediti iz osnovne hipsometrijske jednadžbe (2.3.13). Uvrštavanjem $z_1 = 0$, $z_2 = z$, $p_1 = p_{\mathrm{NN}}$ i $p_2 = p$ u (2.3.13) nakon sređivanja dobivamo

$$p_{\mathrm{NN}} = p(z)\exp(gz/\mathrm{R}\overline{T}), \qquad (2.3.14)$$

gdje je srednja temperatura sloja od srednje razine mora do visine z

$$\overline{T} = 0.5\left(T(z) + T_{NN}\right). \qquad (2.3.15)$$

T_{NN} je temperatura na srednjoj razini mora, a $T(z)$ je temperatura na visini z (na visini stanice). Temperaturu na srednjoj razini mora možemo odrediti uvrštavanjem vertikalnog temperaturnog gradijenta $\gamma = -\partial T / \partial z$

$$T_{NN} = T(z) - \gamma z. \qquad (2.3.16)$$

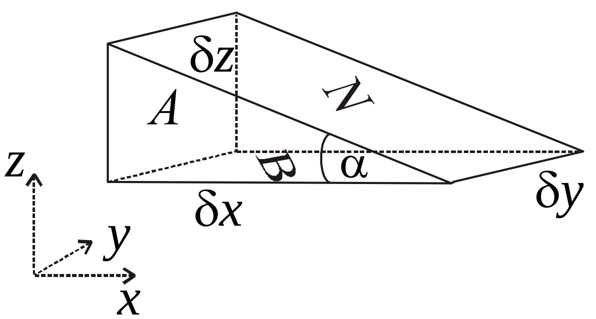
Pri tom pretpostavljamo da je atmosfera standardna, odnosno da za troposferu vrijedi $\gamma = 0.0065\ \mathrm{K\ m^{-1}}$.

Preporučena dodatna literatura (Potpune reference nalaze se u popisu literature.)

- Bluestein, 1993 (poglavlje 3)
- Gelo, 1994 (poglavlje 3)
- Wippermann, 1981

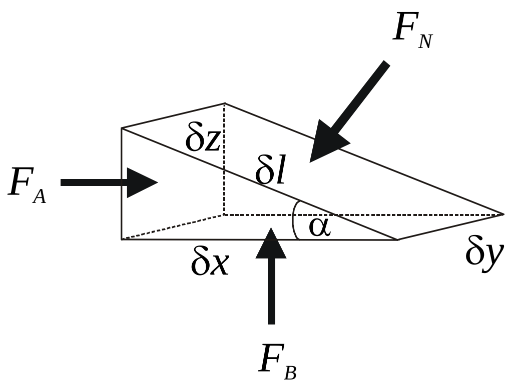
Zadaci

2.3.1. Pokaži da za infinitezimalno mali element fluida oblika prizme (vidi sliku) koji miruje, vrijedi Pascalov zakon, odnosno da je tlak u smjeru okomitom na plohu A jednak tlaku u smjeru okomitom na plohu B i jednak tlaku u smjeru okomitom na plohu N.



(**Rješenje**: Označimo sile tlaka u x i z smjeru sa F_A i F_B, a silu okomitu na plohu N s F_N, kao što je prikazano na donjoj slici

$F_A = p_x\,\delta y\,\delta z$,



$F_B = p_z\,\delta x\,\delta y$,

$F_N = p_n\,\delta y\,\delta l$,

gdje je $\delta l = \delta x / \cos\alpha = \delta z / \sin\alpha$,

p_x i p_z su komponente tlaka u x i z smjeru, a p_n komponenta tlaka okomita na plohu N. Budući da fluid miruje, komponente sila koje djeluju na element fluida u sva tri smjera moraju biti u ravnoteži. Odatle dobivamo za smjerove x i z

x – smjer: $F_A + (F_N)_x = 0$.
Uvrstimo $F_A = p_x\,\delta y\,\delta z$ i $(F_N)_x = -F_N \sin\alpha = -p_n\,\delta y\,\delta l \sin\alpha = -p_n\,\delta y\,\delta z$. Odatle je $p_x\,\delta y\,\delta z - p_n\,\delta y\,\delta z = 0$, odnosno $p_x = p_n$.

z – smjer: $F_B - m\,g + (F_N)_z = 0$.
Uvrstimo $F_B = p_z\,\delta x\,\delta y$, $(F_N)_z = -F_N \cos\alpha = -p_n\,\delta y\,\delta l \cos\alpha = -p_n\,\delta y\,\delta x$ i $m\,g = (\delta x\,\delta y\,\delta z / 2)\,\rho\,g$. Tako nakon dijeljenja s $\delta x\,\delta y$ dobivamo $p_z - \delta z\,\rho\,g / 2 - p_n = 0$. Kako je element volumena infinitezimalno malen ($\delta x \to 0$, $\delta y \to 0$ i $\delta z \to 0$), to je član $\delta z\,\rho\,g / 2$ zanemarivno malen u odnosu na p_z i p_n, pa ga u posljednjoj jednadžbi možemo zanemariti. Odatle je $p_z = p_n$.

Prema tome je $p_x = p_z = p_n$.)

2.3.2. Kako objašnjavaš činjenicu da gustoća zraka u troposferi opada visinom unatoč tome što i temperatura zraka opada visinom?

2.3.3. Koliko se mora promijeniti srednja temperatura sloja suhog zraka, ako se pri povećanju tlaka na srednjoj razini mora za 5 hPa geopotencijal 500 hPa plohe poveća za 50 gpm? Početna srednja temperatura sloja je 260 K, početni tlak na srednjoj razini mora je 1000 hPa, a specifična plinska konstanta je $R_d = 287\ \mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$. (**Rješenje**: temperatura sloja mora porasti za 0.588 K)

2.3.4. Kolika je temperatura zraka na 500 hPa izobarnoj plohi ako je visina relativne topografije RT 500/1000 516 gpdam. Vertikalni temperaturni gradijent je konstantan u cijelom sloju od 1000 do 500 hPa i iznosi 0.65 K / 100 gpm. Specifična plinska konstanta je 287 J kg^{-1} K^{-1}. (**Rješenje**: 237.4 K)

2.3.5. Kako bi se tlak mijenjao visinom kad bi temperatura bila eksponencijalna funkcija visine takva da vrijedi

$$T / T_0 = (p / p_0)^n,$$

gdje je p_0 referentni tlak, T_0 je temperatura na referentnom tlaku, a n je konstanta. (**Rješenje**: $p = p_0\left(1 - \frac{ngz}{RT_0}\right)^{1/n}$)

2.3.6. Dva susjedna stupca zraka imaju pri tlu iste tlakove ($p_{01} = p_{02} = 1000$ hPa), ali su različitih temperatura. Temperatura u prvom stupcu opada visinom ovako $T_1(z) = T_{01} - \gamma_1 z$, a u drugom $T_2(z) = T_{02} - \gamma_1 z$, gdje su $T_{01} = 270$ K i $T_{02} = 280$ K temperature pri tlu u prvom i drugom stupcu. Kolika je razlika tlakova između dva stupca na visini $z = 1$ km nad tlom, ako su vertikalni temperaturni gradijenti u prvom i drugom stupcu γ_1 = 0.5 K / 100 m i γ_2 = 0.1 K / 100 m? Specifična plinska konstanta je 287 J kg^{-1} K^{-1}. (**Rješenje**: $\Delta p = p_2$(1 km) – p_1(1 km) = 4.844 hPa)

2.3.7. Na postaji A, čija je nadmorska visina z_A = 250 m, izmjeren je tlak od 982 hPa i temperatura od 12°C. Na susjednoj postaji B tlak je 975 hPa, a temperatura je -14°C. Kolika je nadmorska visina postaje B, ako je srednja temperatura sloja zraka koji se proteže od visine z_A do visine z_B jednaka aritmetičkom srednjaku temperatura izmjerenih na objema postajama? Specifična plinska konstanta je 287 J kg^{-1} K^{-1}. (**Rješenje**: z_B = 306.93 m)

2.3.8. Kako se visinom mijenja tlak u homogenoj atmosferi? Neka su tlak i temperatura pri tlu p_0 i T_0, a specifična plinska konstanta neka je R. (**Rješenje**: U homogenoj atmosferi tlak linearno opada visinom: $p(z) = p_0 - g\, z\, p_0$ / (R T_0).)

2.3.9. Na kojoj visini u homogenoj atmosferi tlak postaje jednak nuli. Prizemni tlak je 1000 hPa, prizemna temperatura je 26°C, a R = 287 J kg^{-1} K^{-1}. (**Rješenje**: 8747.5 m)

2.3.10. Na kojoj visini u homogenoj atmosferi tlak ima polovicu svoje vrijednosti pri tlu? Prizemna temperatura je 26°C, a R = 287 J kg^{-1} K^{-1}. (**Rješenje**: 4373.75 m)

2.3.11. Kako se s visinom mijenja tlak u izotermnoj atmosferi. Koliki je tlak u izotermnoj atmosferi na visini od 5 km, ako su tlak i temperatura pri tlu p_0 = 1000 hPa i T_0 = 273 K? (**Rješenje**: U izotermnoj atmosferi tlak eksponencijalno opada visinom: $p(z) = p_0 e^{-gz/RT_0}$. Odatle je p(5 km) = 534.7 hPa.)

2.3.12. Kako se mijenja tlak s visinom u atmosferi u kojoj se temperatura s visinom mijenja na ovaj način: $T(z) = T_0 - \gamma z$, gdje je vertikalni temperaturni gradijent γ konstantan. T_0 je temperatura na visini z = 0 m. (**Rješenje**: $p(z) = p_0 \left(\frac{T_0 - \gamma z}{T_0} \right)^{g/\gamma R}$, gdje je p_0 tlak na visini z = 0 m.)

2.3.13. U suhoj atmosferi tlak pri tlu je 1000 hPa, a gustoća je 1 kg m^{-3}. Nađi: a) visinu na kojoj je tlak 500 hPa, ako je atmosfera mirna i izotermna. b) Ako je pri istim uvjetima pri tlu visina 500 hPa plohe u realnoj atmosferi 5.5 km, kako objašnjavaš razliku između te visine i visine 500 hPa plohe u izotermnoj atmosferi? c) Kako se gustoća mijenja s visinom u suhoj izotermnoj atmosferi? (**Rješenje**: a) z = 7.065 km; b) U realnoj troposferi temperatura u sloju iznad atmosferskog graničnog sloja opada s visinom. Kako tlak u hladnijem zraku brže opada s visinom no u toplijem, u realnoj će se atmosferi izobarna ploha p = 500 hPa nalaziti na manjoj visini nego u izotermnoj atmosferi, pri jednakim prizemnim uvjetima. c) $\rho(z) = \rho_0 e^{-gz/RT_0}$, gdje je ρ_0 gustoća na visini z = 0 m.)

2.3.14. Kolika je gustoća zraka na visini 800 m nad tlom u izotermnoj atmosferi. Temperatura je 10°C, a gustoća zraka pri tlu je 1 kg m^{-3}. Specifična plinska konstanta je 287 J kg^{-1} K^{-1}. (**Rješenje**: 0.9079 kg m^{-3})

2.3.15. Neka je u izotermnoj atmosferi temperatura jednaka -33°C, a tlak pri tlu je 1000 jhPa. Nađi visine na kojima je tlak jednak 100 hPa, 10 hPa i 1 hPa. Specifična plinska konstanta je 287 J kg^{-1} K^{-1}. (**Rješenje**: z (100 hPa) = 16.17 km, z (10 hPa) = 32.33 km, z (1hPa) = 48.5 km)

2.3.16. Nađi apsolutni geopotencijal 700 hPa izobarne plohe, ako je srednja temperatura atmosfere 20°C, a tlak na srednjoj razini mora je 985 hPa. Specifična plinska konstanta je 287 J kg^{-1} K^{-1}. (**Rješenje**: ϕ(700 hPa) = 2930.83 gpm)