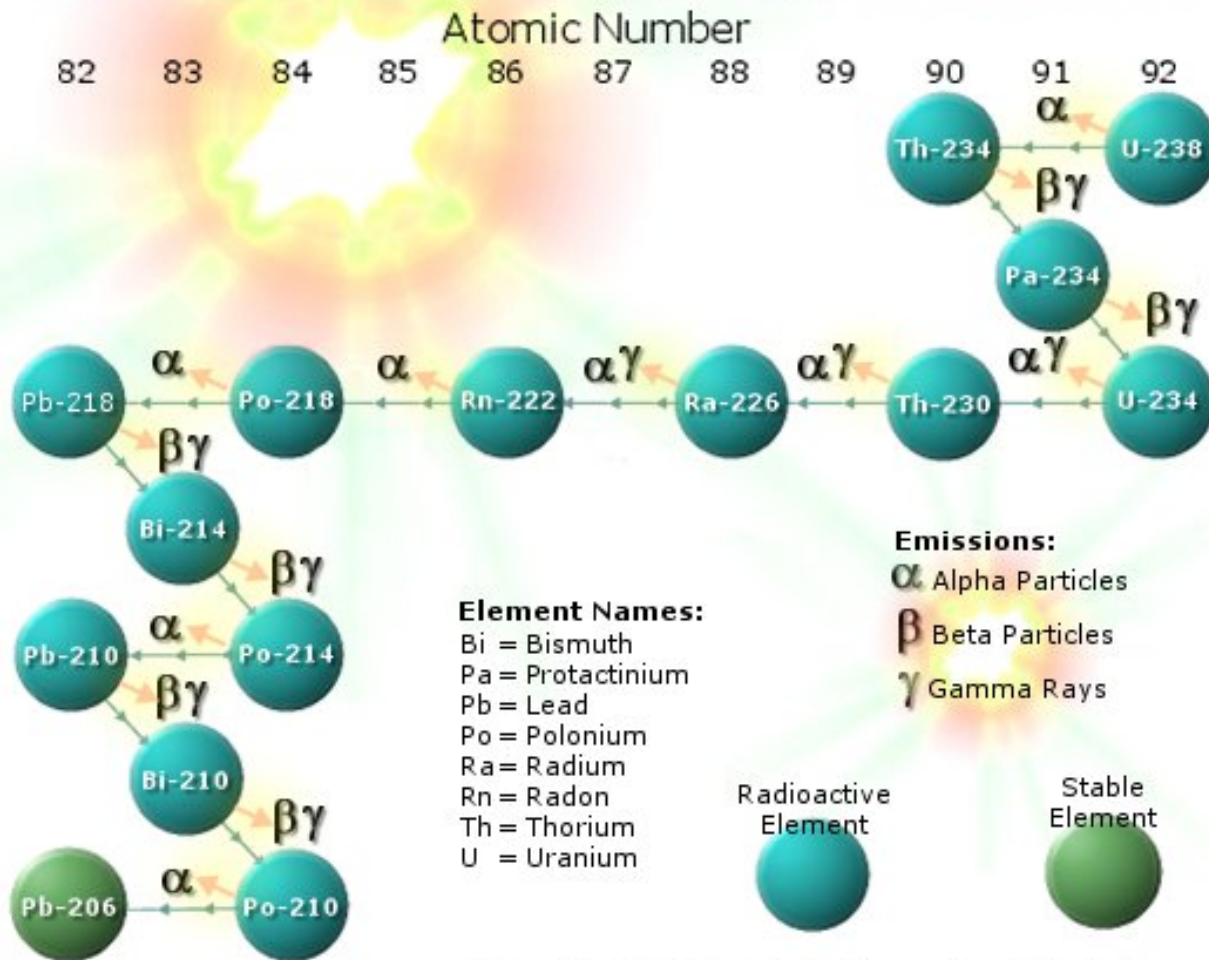
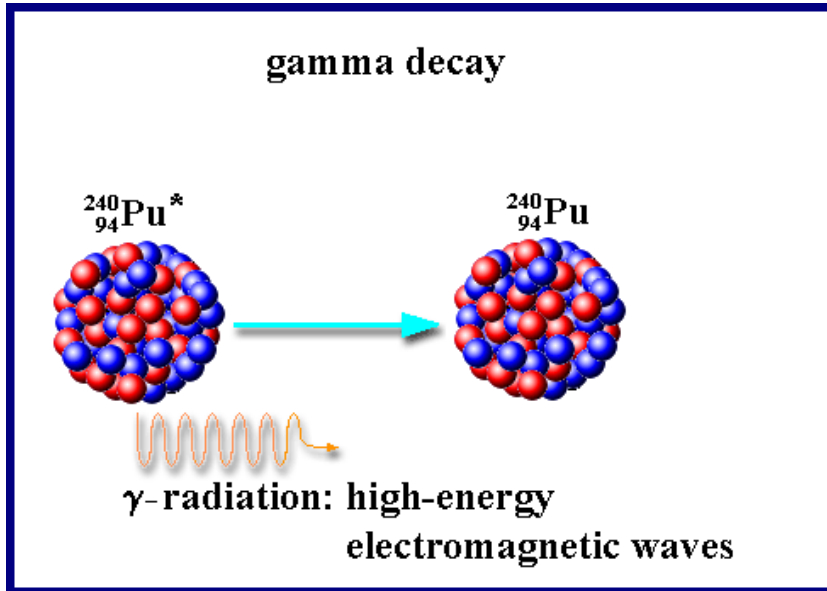


# POBUĐENJA JEZGRE I RASPADI

## Uranium<sup>238</sup> Decay Chain



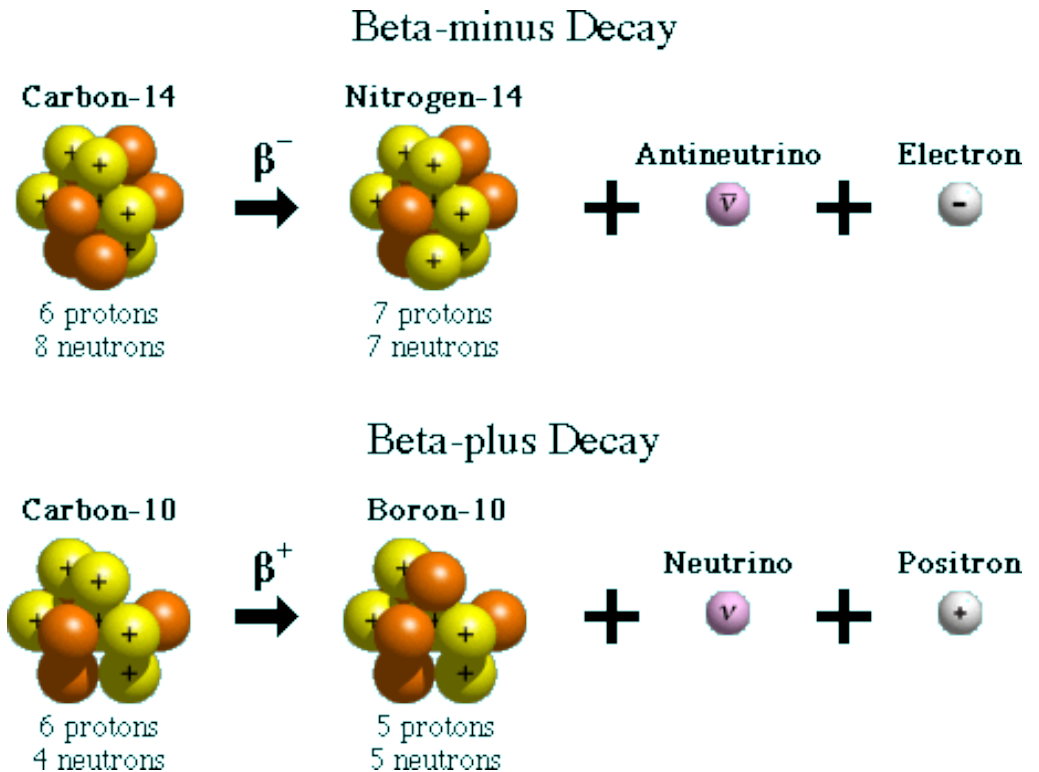
# Radioaktivni raspadi – iz osnovnog ili pobuđenih stanja jezgre



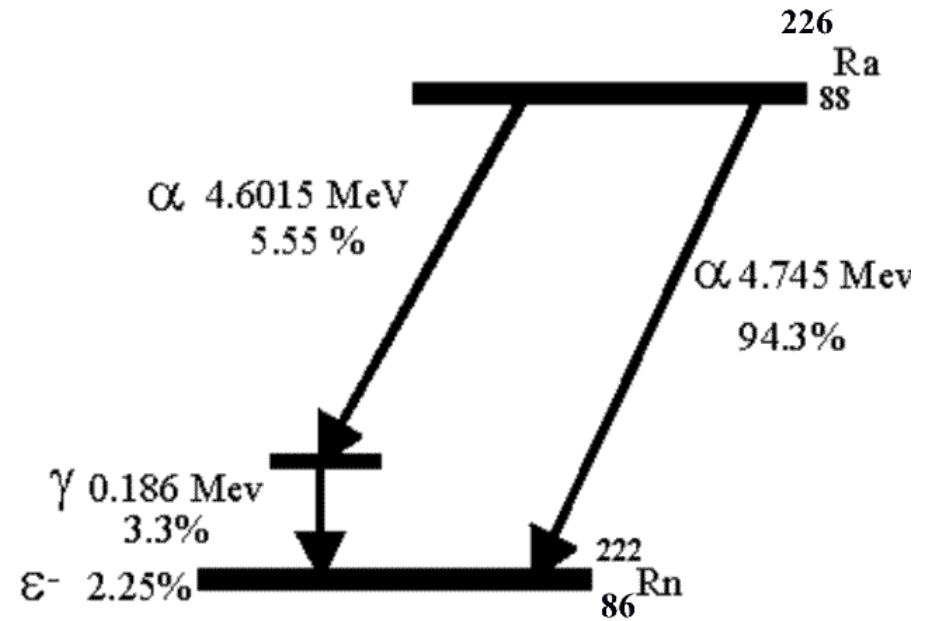
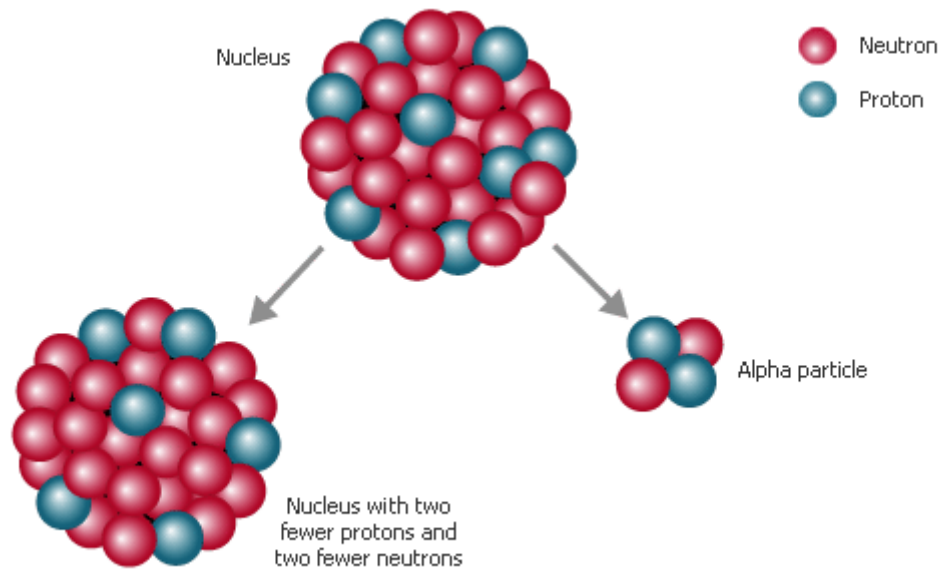
$\gamma$ -raspad : elektromagnetska interakcija. Početno i konačno stanje pripadaju istoj Jezgri.

Elektromagnetski prijelazi su dominantan mod raspada niskoležećih stanja jezgri.

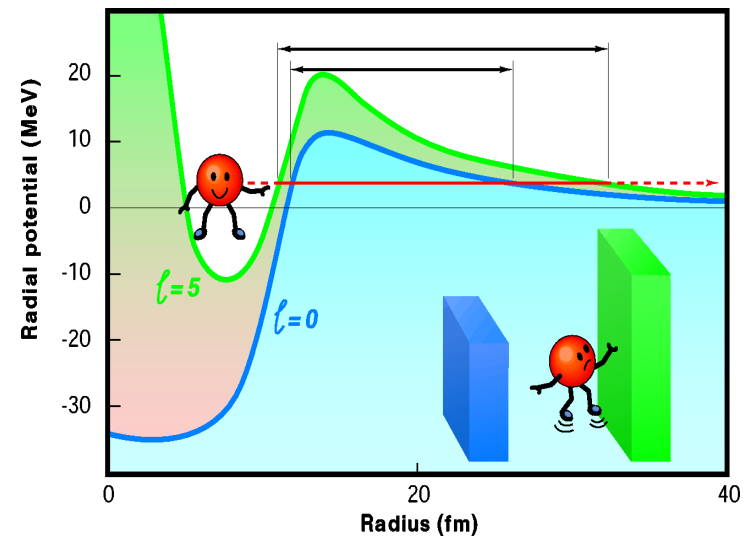
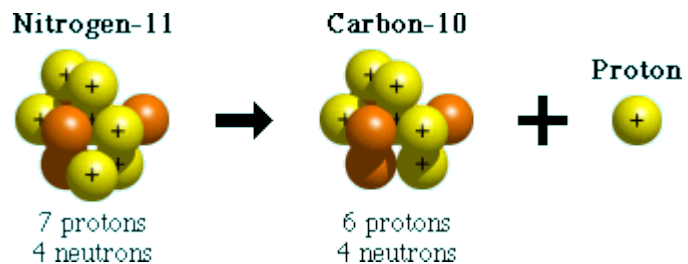
$\beta$ -raspad: slaba interakcija. Početno i konačno stanje u jezgrama koje se razlikuju za  $\Delta Z = \pm 1$ ,  $\Delta N = \pm 1$ .

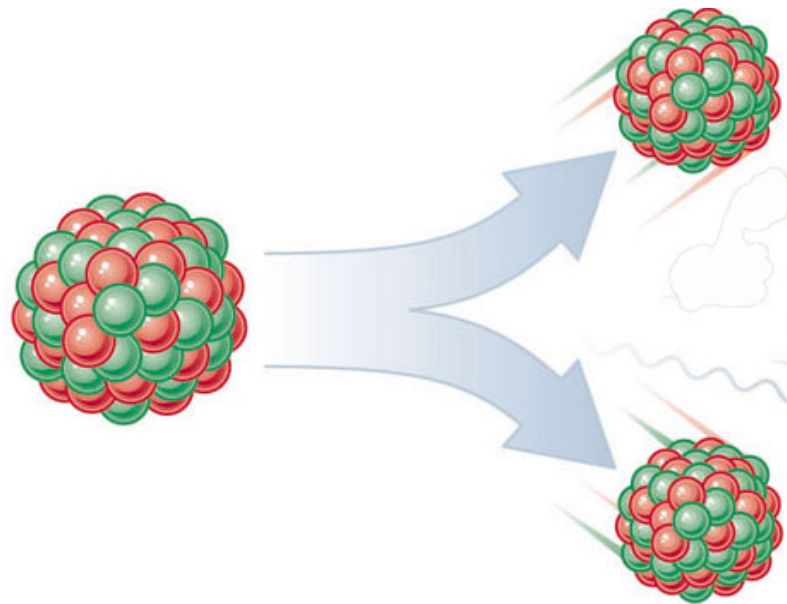


$\alpha$ -raspad: jaka interakcija.  $(Z,N) \rightarrow (Z-2,N-2)$



Emisija protona  $\rightarrow$  jaka interakcija.  
Jezgre bogate protonima.

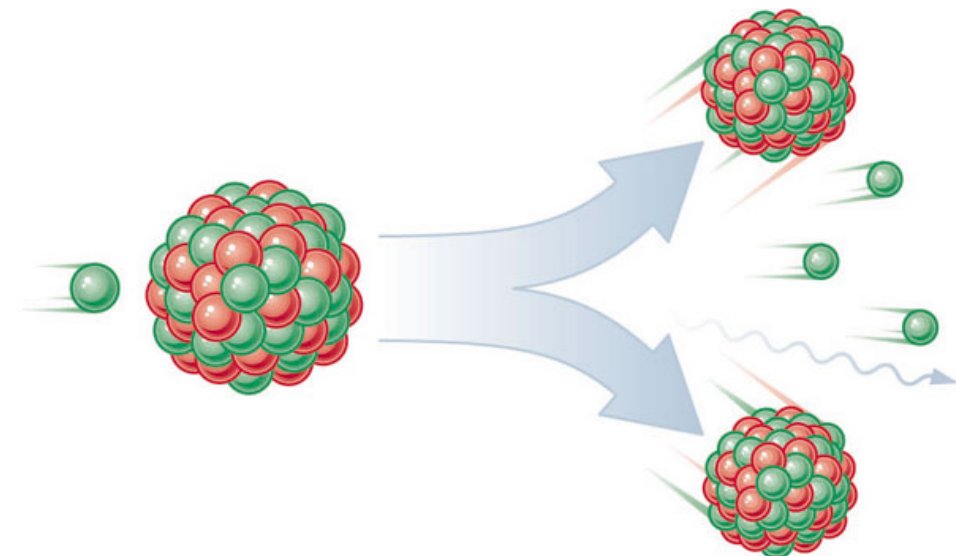




Spontana fisija

Radioaktivni raspad karakterističan za vrlo teške izotope ( $A > 230$ )

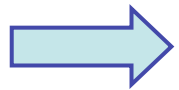
Inducirana fisija



Nuklearna fisija oslobađa velike količine energije, bilo kao elektromagnetsko zračenje ili kinetičku energiju fragmenata.

## VJEROJATNOST PRIJELAZA

N radioaktivnih jezgri u uzorku -> vjerojatnost raspada (radioaktivnog prijelaza) za bilo koju jezgru ne ovisi ni u jednom trenutku o prisustvu ostalih jezgara.

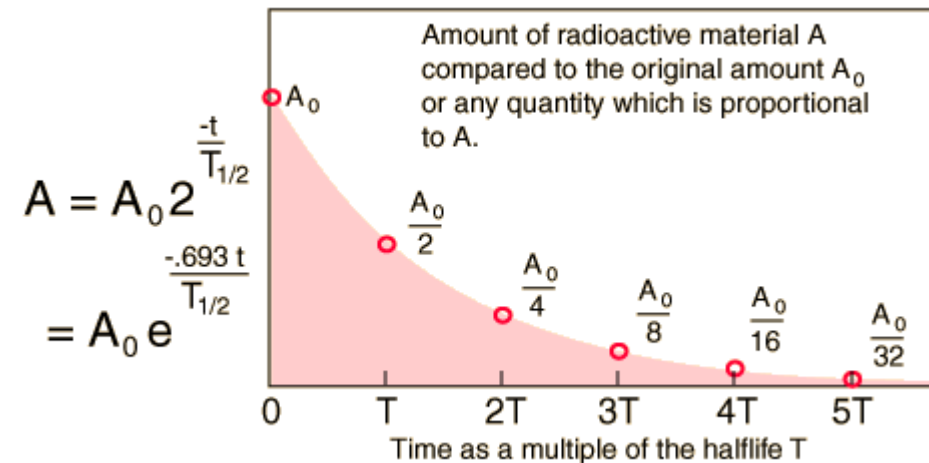


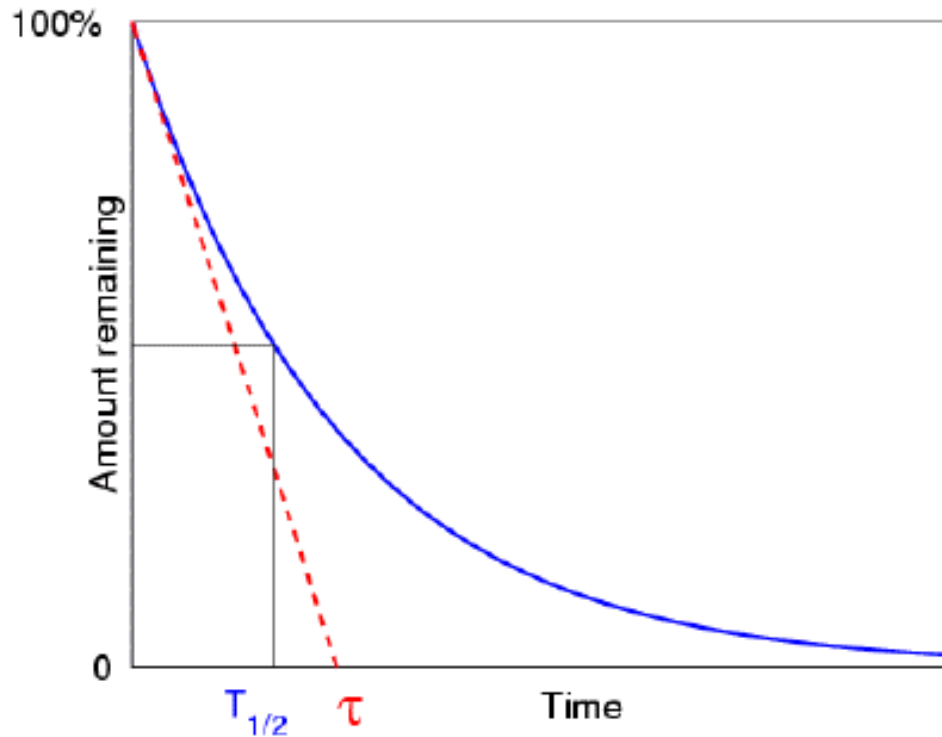
Broj raspada u svakom trenutku proporcionalan je broju jezgara.

$$\frac{dN}{dt} = -WN(t)$$

$W$  -> vjerojatnost prijelaza (konstanta raspada). Ovisi o prirodi smetnje koja uzrokuje raspad, kao i svojstvima početnog i konačnog stanja jezgri sudionika.

$$\Rightarrow N(t) = N_0 e^{-Wt}$$





**Poluživot** -> vrijeme za koje aktivnost uzorka padne za 1/2.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{W}$$

**Srednji život**

$$\bar{T} = \frac{1}{W}$$

Valna funkcija pobuđenog stanja:  $\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}, t = 0)e^{-Wt/2}$

Definicija konstante raspada preko valne funkcije:

$$|\psi(\vec{r}, t)|^2 = |\psi(\vec{r}, t = 0)|^2 e^{-Wt}$$

➔ 
$$\bar{T} = \frac{\int_0^\infty t e^{-Wt} dt}{\int_0^\infty e^{-Wt} dt} = \frac{1}{W}$$

Srednji iznos vremena koje je potrebno da se radioaktivna jezgra raspadne.

## ŠIRINA STANJA

Kada će se pojedini raspad dogoditi nije moguće predvidjeti. Imamo neodređenost u vremenu života pobuđenog stanja jezgre.

Heisenbergova relacija neodređenosti:  $\Delta E \Delta t \geq \hbar$

$$\begin{aligned}(\Delta t)^2 &= \bar{t}^2 - \bar{t}^2 \\ &= \frac{\int_0^\infty t^2 e^{-Wt} dt}{\int_0^\infty e^{-Wt} dt} - \left[ \frac{\int_0^\infty t e^{-Wt} dt}{\int_0^\infty e^{-Wt} dt} \right]^2 \\ &= \frac{1}{W^2} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\Delta t = \bar{T}}\end{aligned}$$

Neodređenost u energiji pobuđenog stanja jezgre

$$\langle E \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i$$

-energija stanja mjeri se na uzorku N jezgara

$$\longrightarrow \Delta E \equiv \Gamma = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E_i^2 - \langle E \rangle^2) \right]^{1/2}$$

-iz relacija neodređenosti



$$\boxed{\Gamma \bar{T} = \hbar}$$

Širina stanja definira se pomoću srednjeg života stanja.

Općenito za stacionarno stanje, vremenski zavisna valna funkcija može se separirati u produkt prostornog i vremenskog dijela

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r})e^{-iEt/\hbar}$$

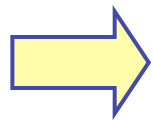
U slučaju pobuđenog stanja koje se raspada, energija je dana kao kompleksna veličina

$$E \rightarrow \langle E \rangle - \frac{1}{2}i\hbar W$$

Jezgra u pobuđenom stanju:  $\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r})e^{-i\langle E \rangle t/\hbar - Wt/2}$

Valnu funkciju moguće je prikazati kao superpoziciju stanja različitih energija

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \int_0^\infty a(E)e^{-iEt/\hbar} dE$$



$$e^{-i\langle E \rangle t/\hbar - Wt/2} = \int_0^\infty a(E)e^{-iEt/\hbar} dE$$

Fourier transformat:

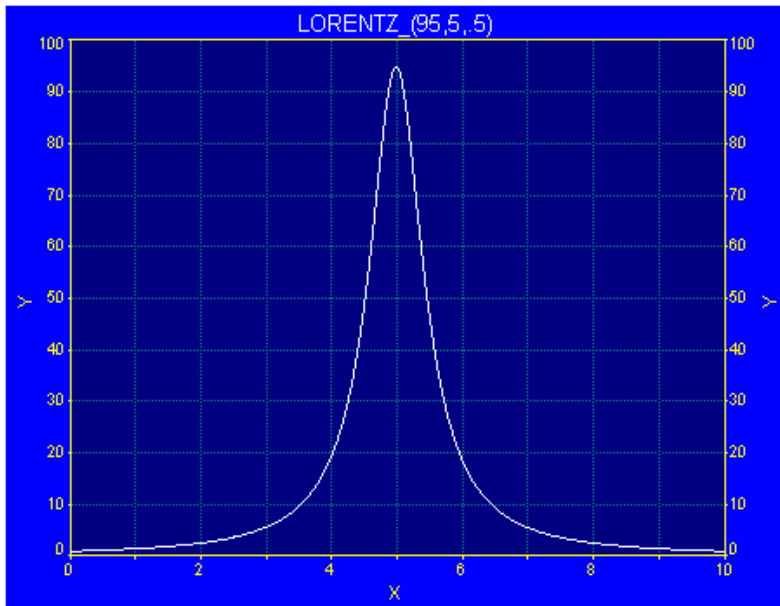
$$\begin{aligned} a(E) &= \frac{1}{2\pi\hbar} \int_0^\infty e^{[i(E - \langle E \rangle)/\hbar - W/2]t} dt \\ &= \frac{1}{2\pi(E - \langle E \rangle + i\hbar W/2)} \end{aligned}$$

Vjerojatnost nalaženja pobuđenog stanja na energiji E:

$$|a(E)|^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{(E - \langle E \rangle)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

**Lorentzova raspodjela**, širina  $\Gamma$  odgovara punoj širini na pola maksimuma ove distribucije





## Lorentzova raspodjela

## OMJER GRANANJA

Pobuđeno stanje može imati više mogućnosti deeksitacije => različita konačna stanja.

$^{95}\text{Zr}$                        $^{95}\text{Nb}$                        $^{95}\text{Mo}$

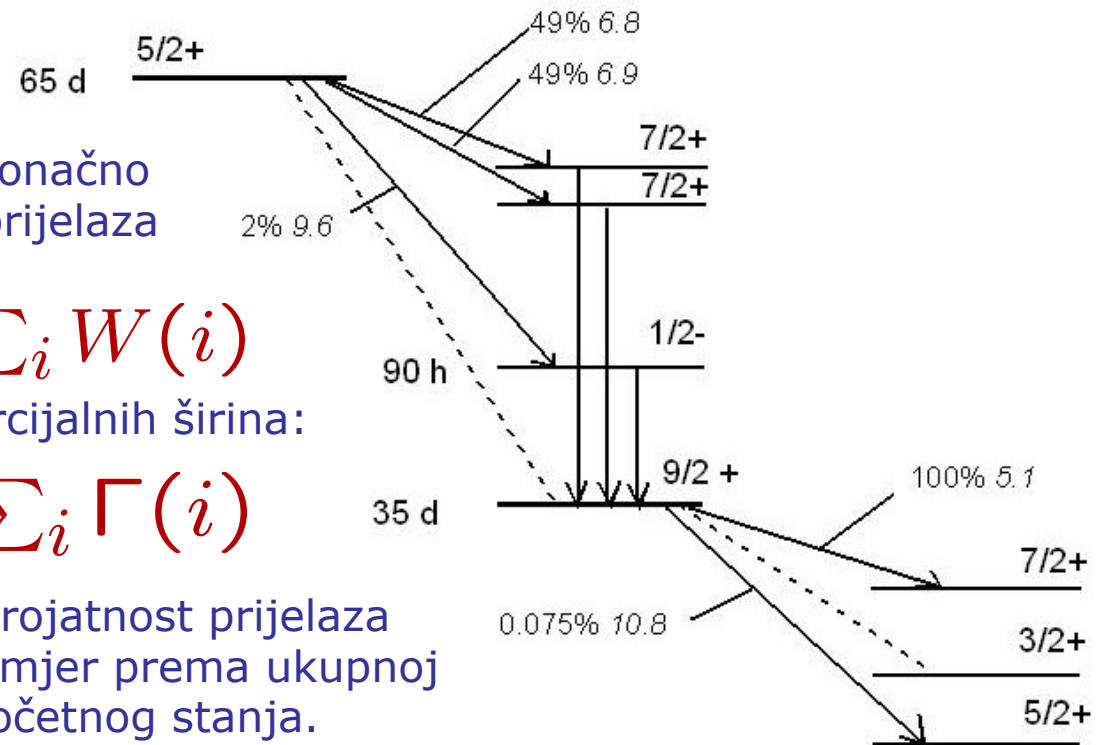
$W(i)$  -> vjerojatnost prijelaza u konačno stanje  $|i\rangle$ . Ukupna vjerojatnost prijelaza za dano početno stanje:

$$W = \sum_i W(i)$$

Ukupna širina stanja je suma parcijalnih širina:

$$\Gamma = \sum_i \Gamma(i)$$

**OMJER GRANANJA:** parcijalna vjerojatnost prijelaza u određeno konačno stanje kao omjer prema ukupnoj vjerojatnosti prijelaza iz danog početnog stanja.



## MATRIČNI ELEMENT PRIJELAZA

Vjerojatnost prijelaza proporcionalna je kvadratu nuklearnog matričnog elementa:

$$\mathcal{M}_{fi}(M_f, M_i) = \langle J_f M_f \xi | O_{\lambda\mu} | J_i M_i \zeta \rangle$$

konačno stanje

početno stanje

nuklearni dio  
operatora prijelaza

Početno i konačno stanje ne moraju pripadati istoj jezgri, npr. kod beta-raspada.

Pomoću Wigner-Eckart teorema moguće je odvojiti ovisnost nuklearnog matričnog elementa o projekcijama početnog i konačnog angularnog momenta.

$$\mathcal{M}_{fi} = (-1)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & \lambda & J_i \\ -M_f & \mu & M_i \end{pmatrix} \langle J_f \xi || O_\lambda || J_i \zeta \rangle$$

U većini slučajeva mjerenje nije osjetljivo na orijentaciju spina u konačnom stanju, a i operator prijelaza nema preferirani smjer u prostoru => sumacija po projekcijama

$$|M_{fi}|^2 = |\langle J_f \xi || O_\lambda || J_i \zeta \rangle|^2 \sum_{\mu M_f} \left| \begin{pmatrix} J_f & \lambda & J_i \\ -M_f & \mu & M_i \end{pmatrix} \right|^2$$

$$\sum_{m_1, m_2} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j'_3 \\ m_1 & m_2 & m'_3 \end{pmatrix} = \frac{\Delta(j_1, j_2, j_3)}{2j_3 + 1} \delta_{j_3 j'_3} \delta_{m_3 m'_3}$$

$$\Delta(j_1, j_2, j_3) = 1 \quad \text{za } \vec{j}_1 = \vec{j}_2 + \vec{j}_3$$

$$= 0 \quad \text{ako nije ispunjeno pravilo trokuta}$$

$$|M_{fi}|^2 = \frac{\Delta(J_f, \lambda, J_i)}{2J_i + 1} |\langle J_f \xi || O_\lambda || J_i \zeta \rangle|^2$$

# ELEKTROMAGNETSKI PRIJELAZI

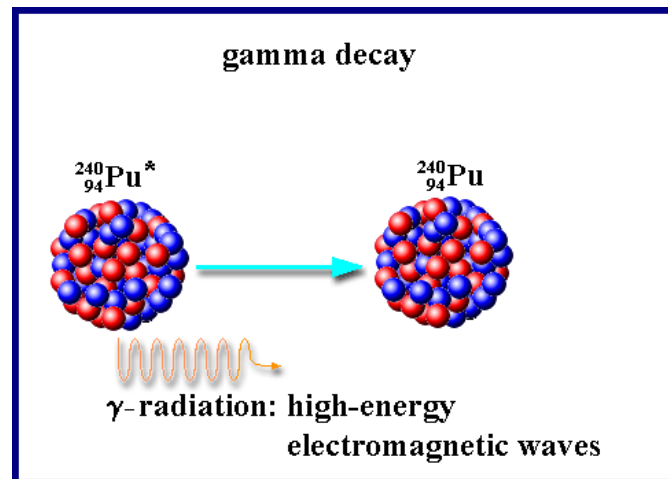
Međudjelovanje jezgre s vanjskim elektromagnetskim poljem: emisija i apsorpcija fotona

Svaki nukleon u jezgri ima magnetski dipolni moment i protoni imaju naboj.

Vežanje distribucije naboja na vanjsko elektromagnetsko polje → električni prijelazi

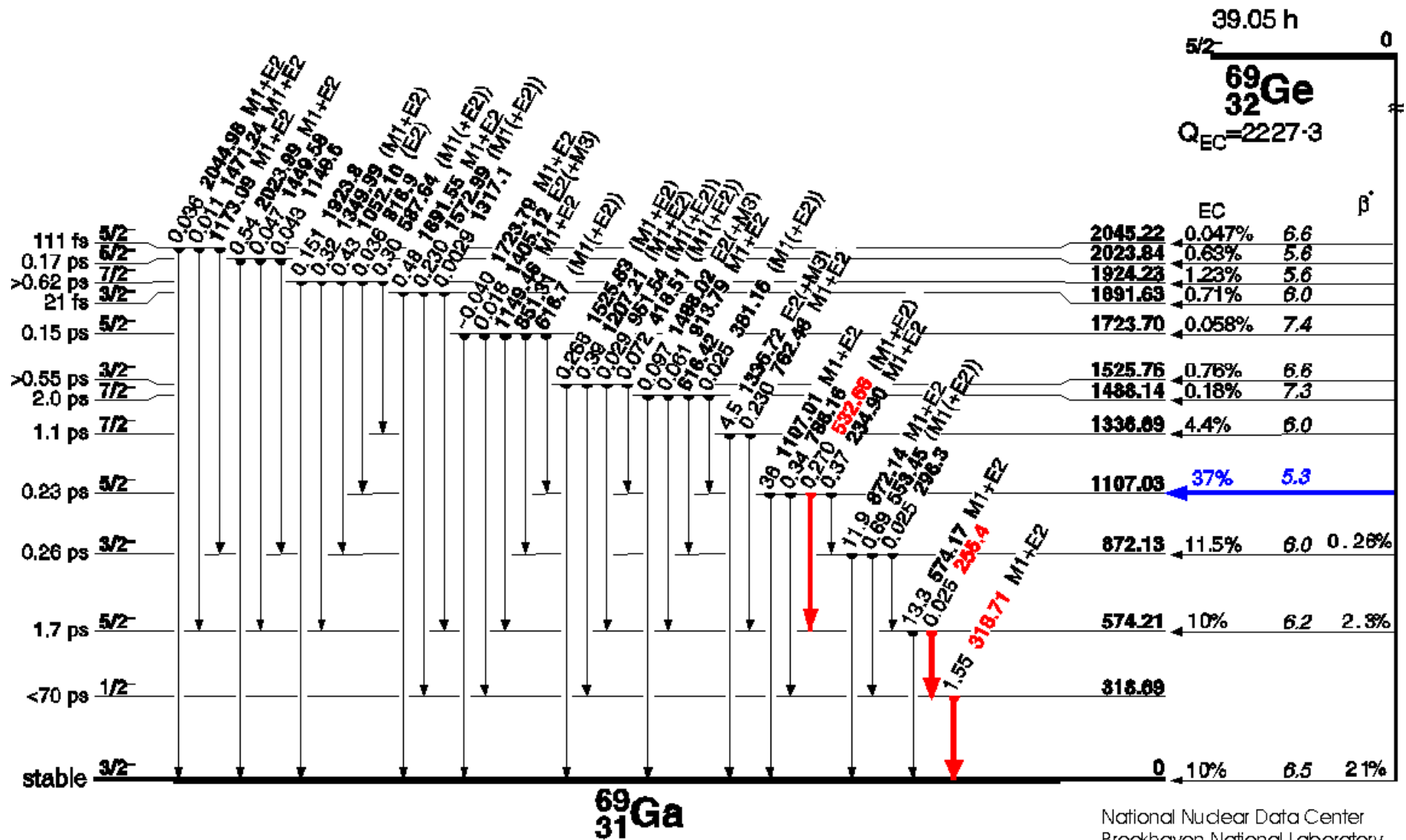
Međudjelovanje intrinzičnog magnetizma nukleona sa elektromagnetskim poljem → magnetski prijelazi

## 1) EMISIJA FOTONA



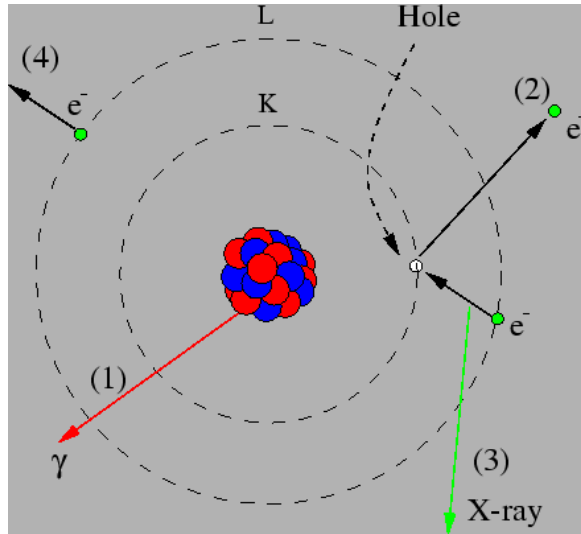
Dominantni mod prijelaza za niskoležeća pobuđena stanja (emisija nukleona, iako puno brži proces od emisije gama zračenja, nije moguća dok energija pobuđenja ne dosegne Energiju separacije nukleona  $\approx 8$  MeV)

Alfa, beta raspadi kao i nuklearne reakcije, najčešće ostavljaju jezgru u pobuđenom stanju. Ova pobuđena stanja se raspadaju prema osnovnom stanju emisijom gama zračenja.



# ELEKTROMAGNETSKI PRIJELAZI:

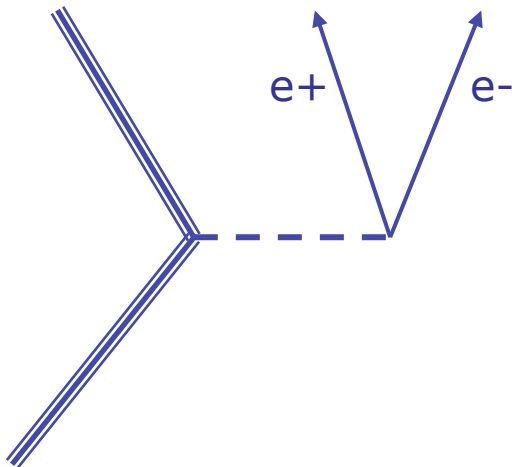
## 2) INTERNA KONVERZIJA



Jezgra predaje energiju pobuđenja vezanom elektronu i dolazi do emisije elektrona.

Ovaj je proces obično važniji u težim atomima kod kojih su elektromagnetska polja jača i elektroni iz nižih ljusaka su bliže jezgri.

## 3) EMISIJA $e^+e^-$ PARA



Vjerojatnost za ovaj proces je puno manja nego za emisiju fotona.

Postaje značajan samo u prijelazima kod kojih je emisija fotona zabranjena:  $0^+ \rightarrow 0^+$

Treba povezati vjerojatnost prijelaza  $W$  i prijelazni nuklearni matrični element.  
 Vremenski zavisani račun smetnje →

**Fermijevo zlatno pravilo:** veza između vjerojatnosti prijelaza  $W$  i nuklearnog matričnog elementa

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} | \langle \phi_{\vec{k}}(\vec{r}) | H' | \phi_0(\vec{r}) \rangle |^2 \rho(E_f)$$

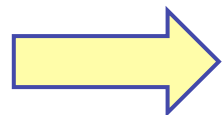
konačno stanje     
 vezanje nuklearnog i elek.mag. polja     
 početno stanje     
 gustoća konačnih stanja

## VEZANJE NA ELEKTROMAGNETSKO POLJE

(i) slobodna čestica naboja  $q$  i mase  $m$ :  $H_0 = \frac{\vec{p}^2}{2m}$

(ii) U prisustvu elektromagnetskog polja, kanonski impuls koji je konjugiran  $\vec{r}$

$$\vec{p} \rightarrow \vec{p} + \frac{q}{c} \vec{A}$$



$$H = \frac{1}{2m} \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A} \right)^2$$

minimalno elektro-  
magnetsko vezanje

Ukupni Hamiltonijan:  $H = H_0 + H'$  nuklearni Hamiltonijan

Hamiltonijan interakcije:  $H' = -\frac{q}{2mc}(\vec{p} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{p}) + \underbrace{\frac{q^2}{2mc^2} \vec{A} \cdot \vec{A}}_{\text{proces višeg reda (dva fotona)}}$

Zanemarujemo procese višeg reda,

$$H' \simeq -\frac{q}{mc} \vec{A} \cdot \vec{p}$$

Hamiltonijan interakcije izražen preko gustoće struje:

-gustoća struje:  $\vec{j} = q\vec{v} = q\frac{\vec{p}}{m}$

-općeniti izraz za Hamiltonijan interakcije:

$$H' = -\frac{1}{c} \vec{A} \cdot \vec{j}$$

Osim struje električnog naboja u jezgri, intrinzični magnetski momenti nukleona isto međudjeluju s vanjskim poljem. Općenito, gustoća struje za jezgru uključuje oba doprinosa.



## VANJSKO ELEKTROMAGNETSKO POLJE

Elektromagnetsko polje dano je kao rješenje Maxwellovih jednažbi. U području koje ne sadrži izvore, potencijal je rješenje jednažbe:

$$(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) A_\mu(\vec{r}, t) = 0$$

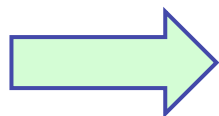
$$A_\mu = (\vec{A}, iV) \quad \text{sadrži skalarni potencijal } V \text{ i vektorski potencijal } \vec{A}$$

Vremenska ovisnost se može separirati iz jednažbe razvojem vektorskog potencijala:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}} \vec{A}_k(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

$\omega = kc$ .  $\vec{A}_k(\vec{r})$  je rješenje Helmholtzove jednažbe:

$$(\nabla^2 + k^2) \vec{A}_k(\vec{r}) = 0$$



$$\vec{A}_k(\vec{r}) = \vec{B}_k e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + \vec{C}_k e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

## VEKTORSKI POTENCIJAL:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{\vec{k}} \sum_{\eta=1,2} \left[ b_{k\eta} \hat{\epsilon}_{\eta} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + b_{k\eta}^{\dagger} \hat{\epsilon}_{\eta} e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)} \right]$$

Foton => kvant elektromagnetskog polja, angularnog momenta 1. Kako vrijedi transverzalno baždarenje

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 ,$$

samo su dvije komponente linearno nezavisne. Te dvije komponente označujemo jediničnim vektorima  $\hat{\epsilon}_{\eta}$   $\eta = 1, 2$ .

(slično kao izražavanje valova svjetlosti kao linearne kombinacije horizontalne i vertikalne polarizacije ) Helmholtzova jednažba ima oblik kao harmonički oscilator

→ elektromagnetsko polje kao skup h.o., svaki za jednu frekvenciju i smjer polarizacije  $\eta$

## KVANTIZACIJA ELEKTROMAGNETSKOG POLJA:

$\hbar\omega$  -> energija kvanta polja

$b_{k\eta}^{\dagger}$  ,  $b_{k\eta}$  -> operatori stvaranja i poništenja fotona određenog (k,η).

$H'$  -> vezanje nuklearnog i elektromagnetskog polja. U prijelazima između kvantnih stanja jezgra može emitirati fotone (kada se raspada iz višeg stanja u niže) i apsorbirati fotone (kada je pobuđena u stanje više energije).

**MULTIPOLNI RAZVOJ ELEKTROMAGNETSKOG POLJA:** U slučaju rotacione simetrije, mogli bi računati matrične elemente između stanja dobro definiranog angularnog momenta, vektorski potencijal moramo razviti po operatorima koji su sferični tenzori.

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\lambda\mu} \vec{A}_{\lambda\mu}(\vec{r}, t)$$

Vektorske funkcije po kojima razvijamo su svojstvene funkcije operatora angularnog momenta:

$$\vec{J}^2 \vec{A}_{\lambda\mu}(\vec{r}, t) = \lambda(\lambda + 1) \vec{A}_{\lambda\mu}(\vec{r}, t)$$

$$J_0 \vec{A}_{\lambda\mu}(\vec{r}, t) = \mu \vec{A}_{\lambda\mu}(\vec{r}, t)$$



Različiti od kuglinih funkcija, radi se o vektorskim funkcijama.  
Mogu se izraziti preko vektorskih kuglinih funkcija.

Umjesto dvije polarizacije, imamo dva tipa polja koja zadovoljavaju Helmholtzovu jednadžbu:

$$(\nabla^2 + k^2)\vec{A}_{\lambda\mu} = 0$$

~operator koji inducira električne prijelaze (označavamo E λ )

$$\vec{A}_{\lambda\mu}(E\lambda; \vec{r}) = -\frac{i}{k}\vec{\nabla} \times (\vec{r} \times \vec{\nabla})(j_\lambda(kr)Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi))$$

$$\vec{A}_{\lambda\mu}(M\lambda; \vec{r}) = (\vec{r} \times \vec{\nabla})(j_\lambda(kr)Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi))$$

~operator koji inducira magnetske prijelaze (označavamo M λ )

$j_\lambda(kr)$  ←sferne Besselove funkcije

## ELEKTROMAGNETSKI MULTIPOLNI OPERATORI PRIJELAZA:

(λ,μ) komponente Hamiltonijana interakcije

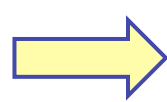
$$O_{\lambda\mu}(E\lambda) = -\frac{i(2\lambda + 1)!!}{ck^{\lambda+1}(\lambda + 1)} \vec{j}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \times (\vec{r} \times \vec{\nabla})(j_\lambda(kr)Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi))$$

$$O_{\lambda\mu}(M\lambda) = -\frac{(2\lambda + 1)!!}{ck^\lambda(\lambda + 1)} \vec{j}(\vec{r}) \cdot (\vec{r} \times \vec{\nabla})(j_\lambda(kr)Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi))$$

Normalizacija je takva da se za  $k \rightarrow 0$  operatori reduciraju na one za statičke momente .

Razvoj sferne Besselove funkcije:  $j_\lambda(kr) \approx \frac{(kr)^\lambda}{(2\lambda+1)!!} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{(kr)^2}{(2\lambda+3)} + \dots\right)$

Fotoni u nuklearnim e.m. prijelazima imaju energije **< 1-2 MeV**.

  $k = \frac{E_\gamma}{\hbar c} \approx \frac{1}{200} \text{ fm}^{-1}$

Multipolni operatori djeluju na nuklearnu valnu funkciju, a to znači da matrični elementi tih operatora ne mogu imati doprinose u području izvan jezgre, gdje valna funkcija iščezava =>  **$r \leq 10 \text{ fm}$** .

Argument Besselove funkcije:  **$kr < 1$**

 **DUGOVALNA APROKSIMACIJA**

$$j_\lambda(kr) \approx \frac{(kr)^\lambda}{(2\lambda+1)!!}$$

Valna duljina:  $\lambda = \frac{2\pi}{k} \approx 10^2 \text{ fm}$  >> dimenzije jezgre. Fotoni nisu osjetljivi na detalje radijalnog dijela valne funkcije.

**VJEROJATNOST MULTIPOLNOG PRIJELAZA:**

$$W(\lambda; J_i \zeta \rightarrow J_f \xi) = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{k^{2\lambda+1}}{\hbar} B(\lambda; J_i \zeta \rightarrow J_f \xi)$$

## REDUCIRANA VJEROJATNOST PRIJELAZA

$$B(\lambda; J_i \zeta \rightarrow J_f \xi) = \frac{1}{2J_i + 1} | \langle J_f \xi || O_\lambda || J_i \zeta \rangle |^2$$

$$B(E\lambda) \rightarrow [e^2 \text{ fm}^{2\lambda}] \quad B(M\lambda) \rightarrow [\mu_N^2 \text{ fm}^{2\lambda-2}]$$

W – broj raspada u jedinici vremena za nekoliko najnižih multipola:  
(energija fotona u jedinicama MeV):

$$\begin{aligned} W(E1) &= 1.59 \times 10^{15} E_\gamma^3 B(E1) \\ W(E2) &= 1.23 \times 10^9 E_\gamma^5 B(E2) \\ W(M1) &= 1.76 \times 10^{13} E_\gamma^3 B(M1) \end{aligned}$$

Električni i magnetski multipolni operatori djeluju na valnu funkciju jezgre. U dugovalnoj aproksimaciji mogu se napisati kao suma jednočestičnih operatora koji djeluju na valne funkcije individualnih nukleona:

$$O_{\lambda\mu}(E\lambda) = \sum_{i=1}^A e(i) r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta_i, \phi_i)$$

$$O_{\lambda\mu}(M\lambda) = \sum_{i=1}^A \left[ g_s(i) \vec{s}_i + g_l(i) \frac{2\vec{l}_i}{\lambda + 1} \right] \cdot \vec{\nabla} (r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta_i, \phi_i))$$

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i$$

**PROTON**       $e(i) = e$        $g_l(i) = \mu_N$        $g_s(i) = 5.586 \mu_N$

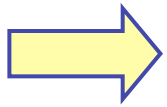
**NEUTRON**       $e(i) = 0$        $g_l(i) = 0$        $g_s(i) = -3.826 \mu_N$

## IZBORNA PRAVILA

Omjer vjerojatnosti za multipolne prijelaze  $\lambda$  i  $\lambda+1$ :

$$R = \frac{W(\lambda+1)}{W(\lambda)} \sim (kr)^2$$

$E_\gamma \approx 1 \text{ MeV}$     &     $r \approx 1 \text{ fm} \Rightarrow$      $R \approx 3 \times 10^{-5}$



Za dozvoljene vrijednosti  $\lambda$  vrijedi:

$$W(E\lambda) \gg W(E(\lambda + 1))$$

$$W(M\lambda) \gg W(M(\lambda + 1))$$

U prijelazu dominira najniži multipol koji je dozvoljen izbornim pravilima angularnog momenta i pariteta između početnog i konačnog stanja.

$$|J_f - J_i| \leq \lambda \leq J_f + J_i$$

Paritet multipolnih operatora:

$$O_{\lambda\mu}(E\lambda) \xrightarrow{P} (-1)^\lambda O_{\lambda\mu}(E\lambda)$$
$$O_{\lambda\mu}(M\lambda) \xrightarrow{P} (-1)^{\lambda+1} O_{\lambda\mu}(M\lambda)$$

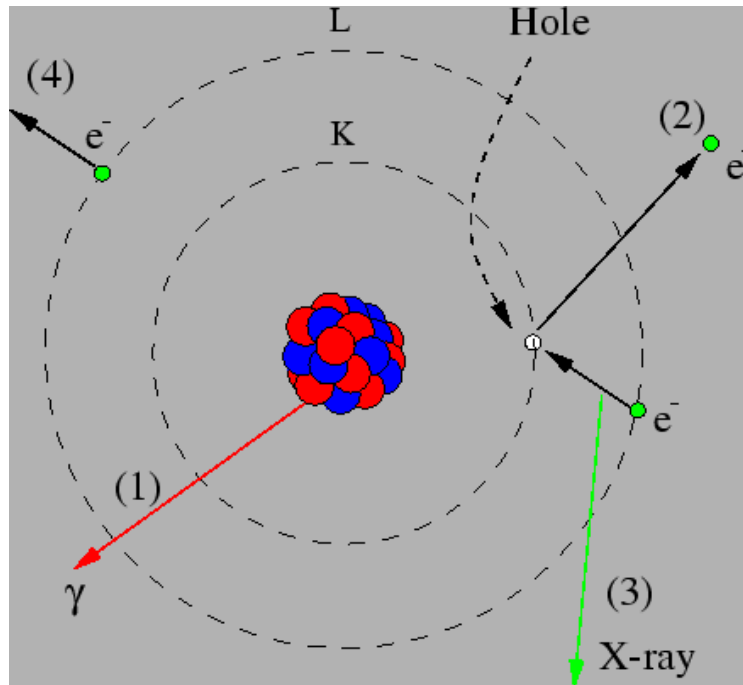
Izborna pravila pariteta:

$$E\lambda : \pi_i \pi_f = (-1)^\lambda \quad M\lambda : \pi_i \pi_f = (-1)^{\lambda+1}$$

Npr.  $2^+ \rightarrow 0^+$  moguć je jedino E2 prijelaz  
 $2^- \rightarrow 0^+$  moguć je jedino M2 prijelaz



## INTERNA KONVERZIJA I PRODUKCIJA PAROVA:



**INTERNA KONVERZIJA:** umjesto fotona, emitira se jedan atomski elektron kinetičke energije:

$$E_i - E_f - E_B$$

energija vezanja elektrona u atomu

Elektroni koji su emitirani u procesima interne konverzije imaju **DISKRETNE ENERGIJE** i time se razlikuju od kontinuiranog spektra energija elektrona emitiranih u beta-raspadu.

Procesi interne konverzije važniji su u težim jezgrama iz dva razloga:

1. Prosječni polumjeri elektronskih orbita su manji. Elektroni u K i L orbitalama nalaze se dovoljno blizu jezgre da perturbacija elektromagnetskog polja, koja nastaje prijelazom  $J_i \rightarrow J_f$ , prenese razliku energija ovih stanja na elektron i izbací ga u kontinuum.
2. Coulombsko polje mnogo je jače u teškim jezgrama.

**INTERNA PRODUKCIJA PAROVA  $e^+ e^-$**  => energija prijelaza mora biti veća od sume masa elektrona i pozitrona  $\approx 1.02$  MeV. Vjerojatnost ovog procesa je nekoliko redova veličine manja nego za dozvoljenu emisiju fotona. Međutim, postoje prijelazi kod kojih je emisija fotona zabranjena sačuvanjem angularnog momenta:  $0^+ \rightarrow 0^+$ . Kod takvih prijelaza važnu ulogu ima produkcija para elektron-pozitron.

## JEDNOČESTIČNA VRIJEDNOST

EΛ PRIJELAZI: promatramo prijelaz jednog nukleona iz stanja  $|j_i m_i\rangle$  u stanje  $|j_f m_f\rangle$ , bez ikakvog utjecaja na preostale nukleone u jezgri.

$$\langle J_f M_f \xi | O_{\lambda\mu} | J_i M_i \zeta \rangle = \langle j_f m_f | e r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) | j_i m_i \rangle$$

Jednočestična valna funkcija nukleona:

$$|j m\rangle = R_{nl}(r) [Y_l(\theta, \phi) \otimes \chi_{1/2}]_{jm}$$

Jednočestični matricni element:

$$\langle j_f m_f | e r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) | j_i m_i \rangle = \int_0^\infty R_{n_f l_f}^*(r) r^\lambda R_{n_i l_i}(r) r^2 dr \times \langle [Y_{l_f} \otimes \chi_{1/2}]_{j_f m_f} | Y_{\lambda\mu} | [Y_{l_i} \otimes \chi_{1/2}]_{j_i m_i} \rangle$$

-radijalni faktor:

$$\langle r^\lambda \rangle = \int_0^\infty R_{n_f l_f}^* r^\lambda R_{n_i l_i} r^2 dr$$

U prvoj aproksimaciji pretpostavimo da je jezgra sferičnog oblika, konstantne gustoće, polumjera  $R = r_0 A^{1/3}$  fm.

$$\Rightarrow \langle r^\lambda \rangle = \frac{3}{\lambda+3} r_0^\lambda A^{\lambda/3} \quad r_0 = 1.2 \text{ fm}$$

$$\begin{aligned} B(E\lambda) &= \sum_{\mu M_f} | \langle J_f M_f \xi | O_{\lambda\mu}(E\lambda) | J_i M_i \zeta \rangle |^2 \\ &= e^2 \langle r^\lambda \rangle^2 \underbrace{\sum_{\mu m_f} \langle [Y_{l_f} \otimes \chi_{1/2}]_{j_f m_f} | Y_{\lambda\mu} | [Y_{l_i} \otimes \chi_{1/2}]_{j_i m_i} \rangle^2}_{\sim \frac{1}{4\pi}} \end{aligned}$$

$$B(E\lambda) \simeq e^2 \langle r^\lambda \rangle^2 \frac{1}{4\pi} \quad \text{Weisskopf jednočestična ocjena reducirane vjerojatnosti prijelaza za } E\lambda \text{ multipol.}$$

$$B_W(E\lambda) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{3}{\lambda+3} \right)^2 (1.2)^{2\lambda} A^{2\lambda/3} \quad e^2 \text{ fm}^{2\lambda}$$