

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1.

- (a) (2 boda) Napišite semantičku jednakost na kojoj se zasniva dokazivanje kontradikcijom (tj. metoda suprotnog). Dokažite tu jednakost pomoću semantičke tablice.
- (b) (3 boda) Navedite, ako postoji, primjer skupa S sa svojstvom da njegov partitivni skup $\mathcal{P}(S)$ ima:

- (i) 1 element,
- (ii) 2 elementa,
- (iii) 3 elementa.

U svakom dijelu zadatka, ako takav S postoji, napišite i pripadni $\mathcal{P}(S)$.

- (b) (3 boda) Izvedite formulu za inverznu funkciju funkcije tangens hiperbolni tj. za funkciju

$$\text{Arth}: \langle -1, 1 \rangle \rightarrow \mathbb{R}.$$

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

Zadatak 2. Zapišite simbolima zadanu tvrdnju, te njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji. Zapišite riječima sve tvrdnje. Odredite istinitost svih tvrdnji i obrazložite što tvrdite. Zadana je tvrdnja:

Za svaki prirodni broj vrijedi: ako daje ostatak 1 pri dijeljenju sa 4, tada njegov kvadrat također daje ostatak 1 pri dijeljenju sa 4.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

Zadatak 3. Nacrtajte Vennove dijagrame za skupove $(A \cup B) \setminus (C \cap A)$ i $(A \setminus (C \setminus B)) \cup (B \setminus (A \cap C))$. Odredite odnos ta dva skupa. Inkluziju koja vrijedi općenito dokažite, a za inkluziju koja ne vrijedi općenito pronađite kontraprimjer.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

Zadatak 4. Na skupu svih realnih funkcija realne varijable dana je relacija ρ s

$$f \rho g \iff (\exists \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}) ((\forall x \in \mathbb{R}) (g(x) = \alpha f(x))).$$

Odredite je li relacija ρ refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Sve svoje tvrdnje dokažite. Je li ρ relacija ekvivalencije? Je li ρ relacija parcijalnog uređaja?

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

Zadatak 5. Zadana je funkcija

$$f(x) = e^{\sqrt{\log_3 x - 1}}$$

Odredite prirodnu domenu D_f i sliku $\text{Im} f$ funkcije f . Je li funkcija f injekcija? Ako jest, odredite funkciju $f^{-1} : \text{Im} f \rightarrow D_f$.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1.

- (a) (2 boda) Napišite semantičku jednakost na kojoj se zasniva dokazivanje obratom po kontrapoziciji. Dokažite tu jednakost pomoću semantičke tablice.
- (b) (3 boda) Navedite, ako postoji, primjer skupa S sa svojstvom da njegov partitivni skup $\mathcal{P}(S)$ ima:

- (i) 1 element,
- (ii) 3 elementa,
- (iii) 4 elementa.

U svakom dijelu zadatka, ako takav S postoji, napišite i pripadni $\mathcal{P}(S)$.

- (c) (3 boda) Izvedite formulu za inverznu funkciju funkcije kotangens hiperbolni tj. za funkciju

$$\operatorname{Arcth}: \langle 1, \infty \rangle \rightarrow \langle 0, \infty \rangle.$$

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

Zadatak 2. Zapišite simbolima zadanu tvrdnju, te njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji. Zapišite riječima sve tvrdnje. Odredite istinitost svih tvrdnji i obrazložite što tvrdite. Zadana je tvrdnja:

Za svaki prirodni broj vrijedi: ako daje ostatak 3 pri dijeljenju sa 4, tada njegov kvadrat daje ostatak 1 pri dijeljenju sa 4.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

Zadatak 3. Nacrtajte Vennove dijagrame za skupove $(A \setminus (B \cap C)) \cup (B \setminus (C \setminus A))$ i $(A \cup B) \setminus (B \cap C)$. Odredite odnos ta dva skupa. Inkluziju koja vrijedi općenito dokažite, a za inkluziju koja ne vrijedi općenito pronađite kontraprimjer.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

Zadatak 4. Na skupu svih realnih funkcija realne varijable dana je relacija ρ s

$$f \rho g \iff (\exists x \in \mathbb{R})(f(x) = g(x)).$$

Odredite je li relacija ρ refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Sve svoje tvrdnje dokažite. Je li ρ relacija ekvivalencije? Je li ρ relacija parcijalnog uređaja?

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 24. studenog 2022.

Zadatak 5. Zadana je funkcija

$$f(x) = e^{\sqrt{\log_2 x + 1}}$$

Odredite prirodnu domenu D_f i sliku $\text{Im} f$ funkcije f . Je li funkcija f injekcija? Ako jest, odredite funkciju $f^{-1} : \text{Im} f \rightarrow D_f$.