

UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 31. siječnja 2024.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1. Na skupu $\mathcal{P}(\mathbf{N})$ zadana je relacija ρ formulom

$$A \rho B \Leftrightarrow \text{Svaki element skupa } A \text{ je strogo manji od nekog elementa skupa } B.$$

- Zapišite simbolima tvrdnju iz definicije $A \rho B$ i njenu negaciju.
- Provjerite je li relacija ρ refleksivna, simetrična, antisimetrična, tranzitivna. Sve svoje tvrdnje dokažite.

UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 31. siječnja 2024.

Zadatak 2. Zadana je funkcija

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\log_2 \left(\frac{2x+1}{x+1} \right) \right).$$

- (a) Odredite prirodnu domenu funkcije f .
- (b) Odredite $f^{-1}(\langle 0, +\infty \rangle)$.

UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 31. siječnja 2024.

Zadatak 3. Dokažite da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} \geq \frac{n^2}{2\sqrt{n}}.$$

UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 31. siječnja 2024.

Zadatak 4.

- (a) Odredite ostatak pri dijeljenju broja $4215^{2024} + 2670^{2024}$ s 13.
- (b) Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma $f(x) = x^{300} + x^{299} - 2x - 1$ polinomom $g(x) = x^3 + x^2 - x - 1$.

UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 31. siječnja 2024.

Zadatak 5.

- (a) Odredite najveću zajedničku mjeru brojeva 19404 i 15120 te pronađite cijele brojeve k i ℓ takve da je ta mjera jednaka $19404k + 15120\ell$.
- (b) Odredite najveću zajedničku mjeru polinoma $f(x) = x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 1$ i $g(x) = x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 2$.