

# UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 14. veljače 2024.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

**Zadatak 1.** Odredite odnos između skupova  $C \setminus (A \triangle B)$  i  $(A \cap C) \cup (C \setminus B)$ . Inkluziju koja vrijedi općenito dokažite, a inkluziju koja ne vrijedi općenito opovrgnite protuprimjerom.

# UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 14. veljače 2024.

## Zadatak 2.

- a) Na skupu prirodnih brojeva  $\mathbb{N}$  zadana je relacija  $\rho \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  s

$$a\rho b \iff (\exists p \in \mathcal{P})(p|a \text{ i } p|b)$$

pri čemu je  $\mathcal{P}$  skup prostih brojeva. Odredite je li relacija  $\rho$  refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Je li  $\rho$  relacija ekvivalencije? Je li  $\rho$  relacija parcijalnog uređaja?

- b) Neka je  $S$  neprazan skup i neka su  $\sim$  i  $\approx$  relacije ekvivalencije na  $S$ . Definiramo relaciju  $\square$  na  $S$  sa

$$a\square b \iff a \sim b \text{ i } a \approx b, \quad a, b \in S.$$

Dokažite da je  $\square$  relacija ekvivalencije.

# UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 14. veljače 2024.

**Zadatak 3.** Matematičkom indukcijom dokažite da je

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} < 2$$

za svaki  $n \in \mathbb{N}$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 14. veljače 2024.

## Zadatak 4. (staro)

- (a) Odredite ostatak pri dijeljenju broja  $2^{34^{567}}$  brojem 11.
- (b) Dokažite da se razlomak  $\frac{5n+1}{20n+5}$  ne može skratiti ni za koji  $n \in \mathbb{N}$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Pismeni ispit – 14. veljače 2024.

**Zadatak 5.** (Staro) Zadan je polinom  $f(x) = x^{n+3} - 3x^{n+2} + 4x^n$ ,  $n \geq 2$ .

- Odredite kratnost nultočke  $x_0 = 2$  polinoma  $f$ .
- Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $f$  s  $x^2 - 1$ .
- Odredite  $M(f, x^2 - 1)$ .