

4. LIMESI

4.1. Odredite traženi limes, domenu funkcije te može li se funkcija u promatranoj točki eventualno dodefinirati tako da bude neprekidna:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} x^3 y,$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} e^x y,$

(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{xy},$

(d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{xy},$

(e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{y},$

(f) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{xy},$

(g) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}.$

4.2. Ordredite traženi limes, domenu funkcije te može li se funkcija u promatranoj točki eventualno dodefinirati tako da bude neprekidna:

$$(a) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{2x^2y \cos z}{x^2 + y^2},$$

$$(b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \frac{x^2}{2} - \cos x}{x^4 + y^4},$$

$$(c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2},$$

$$(d) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x - y)}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$(e) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2 + y^2},$$

$$(f) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x + y}{x - y},$$

$$(g) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x-2y} - 1}{x - 2y}, \text{ (koristite } \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{t} = 1 \text{ i limes kompozicije)}$$

$$(h) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^3 + y^3 + z^3}{x^2 - y^2},$$

$$(i) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5}{(y - x^2)^2 + x^8}.$$

- 4.1. (a) 0, \mathbb{R}^2 , f je neprekidna na domeni,
(b) 1, \mathbb{R}^2 , f je neprekidna na domeni,
(c) ne postoji, $\mathbb{R}^2 \setminus (\{(x, 0) | x \in \mathbb{R}\} \cup \{(0, y) | y \in \mathbb{R}\})$, ne može,
(d) 4, $\mathbb{R}^2 \setminus (\{(x, 0) | x \in \mathbb{R}\} \cup \{(0, y) | y \in \mathbb{R}\})$, može,
(e) 0, $\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, 0) | x \in \mathbb{R}\}$, može,
(f) 1, $\mathbb{R}^2 \setminus (\{(x, 0) | x \in \mathbb{R}\} \cup \{(0, y) | y \in \mathbb{R}\})$, može,
(g) 0, $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, može.
- 4.2. (a) 0, $\mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, z) | z \in \mathbb{R}\}$, može,
(b) ne postoji, $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, ne može,
(c) 1, $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, može,
(d) ne postoji, $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, ne može,
(e) 0, $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, može,
(f) ne postoji, $\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, x) | x \in \mathbb{R}\}$, ne može,
(g) 1, $\mathbb{R}^2 \setminus \{(2x, x) | x \in \mathbb{R}\}$, može,
(h) ne postoji, $\mathbb{R}^3 \setminus \{(x, \pm x, z) | x \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}\}$, ne može,
(i) ne postoji, $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, ne može.