

## DIR2, ZADAĆA 4

1. Ispitajte lokalne ekstreme sljedećih funkcija:

a)  $f(x, y, z) = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2$

b)  $f(x, y, z, u) = x^2y^2z^2 + x^2 + y^2 + z^2 + u^2$

c)  $f(x, y, z) = 3 \ln x + 2 \ln y + 5 \ln z + \ln(22 - x - y - z)$

d)  $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$

2. Odredite sve lokalne ekstreme f-je  $f(x, y) = (2ax - x^2)(2by - y^2)$ .

3. Napišite jednadžbu ravnine koja prolazi točkom  $(1, 1, 1)$  i zatvara s koordinatnim osima tetraedar najmanjeg volumena (volumen tetraedra =  $\frac{1}{3} \cdot \text{baza} \cdot \text{visina}$ ).

4. Želimo napraviti akvarij oblika kvadra bez gornje plohe volumena  $32dm^3$ . Kolike moraju biti stranice akvarija ako želimo biti i jako štedljivi, pa na izradu stijenki potrošiti što manje stakla? (Rješavajte bez upotrebe Lagrangeovog multiplikatora!)

5. Nađite ekstreme funkcija na zadanim područjima:

a)  $f(x, y) = x + y$  na kvadratu s vrhovima  $(\pm 1, \pm 1)$

b)  $f(x, y) = x^3 + xy$  na kvadratu s vrhovima  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$  i  $(1, 1)$

c)  $f(x, y) = x^3 + xy$  na kvadratu s vrhovima  $(-1, -1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(1, -1)$  i  $(1, 1)$

d)  $f(x, y) = xy - (1 - x^2 - y^2)^{1/2}$  na krugu  $x^2 + y^2 \leq 1$

e)  $f(x, y) = (x^2 + y^2)^{-1}$  na krugu  $(x - 2)^2 + y^2 \leq 1$

f)  $f(x, y) = x^2 + y^2$  unutar elipse s poluosima  $a = 1$  i  $b = 2$

6. Želimo napraviti akvarij oblika kvadra bez gornje plohe volumena  $32dm^3$ . Da bi ribice unutra bile zdrave i sretne, akvarij mora biti širok barem  $2dm$  i dug barem  $2dm$ . Da bi stao na ormarić predviđen za njega, akvarij smije biti širok najviše  $4dm$  i dug najviše  $6dm$ . Kolike moraju biti stranice akvarija ako smo, osim što smo ljubitelji životinja, još i štedljivi, pa želimo na izradu stijenki potrošiti što manje stakla? (Rješavajte bez upotrebe Lagrangeovog multiplikatora!)

7. Nađite minimum i maksimum funkcija na zadanim plohama:

a)  $f(x, y, z) = 3x^2 + 2\sqrt{2}xy + 4y^2$  na  $x^2 + y^2 = 9$

b)  $f(x, y) = x^2 + y^2$  na  $x^2 + y^2 = 1$

c)  $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$  na  $x - y = \pi/4$  i  $0 \leq x \leq \pi$

d)  $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$  na  $x^2 + y^2 + z^2$

8. Riješite 4.zadatak iz ove zadaće koristeći Lagrangeov multiplikator!

9. Nađite točku na krivulji  $y^2 = 4x$  najbližu točki  $(1, 0)$ .

10. Odredi kvadar najvećeg volumena ako je zbroj duljina bridova zadan i iznosi  $12a$ .

11. Tvrтка želi potrošiti 90 tisuća kuna na nove strojeve A i B. Stroj A košta 3 tisuće, a stroj B 5 tisuća. Ako tvrtka kupi  $x$  strojeva A i  $y$  strojeva B, ukupna korist bit će izražena funkcijom  $korist(x, y) = x \cdot y$ . koliko kojih strojeva tvrtka treba kupiti?
12. Pretpostavimo da želite iskopati kanal oblika jednakokračnog trapeza s manjom bazom  $b$ , krakovima  $l$  i šiljastim kutom  $\alpha$ . Određen vam je ukupni protok kroz kanal, a želite minimizirati trenje. Odredite najpovoljniji profil kanala! *Protok kroz kanal je proporcionalan površini poprečnog presijeka, pa možete pretpostaviti da je umjesto protoka zadana površina trapeza. Nadalje, trenje vode o stijenke kanala je proporcionalno s površinom stijni (uključujući i dno) koje voda dodiruje; dakle proporcionalno duljini onog dijela opsega trapeza koji je pod vodom.*