

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

prvi kolokvij — 25. studenog 2013.

**Zadatak 1.** (6 bodova)

(a) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \sqrt{\operatorname{Arth} x} + \ln \left[ \sin x + \frac{1}{2} \right].$$

(b) Pokažite da za  $x \in \mathbb{R}$  vrijedi

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2}.$$

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

prvi kolokvij — 25. studenog 2013.

**Zadatak 2.** (6 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x) = \arccos \left( \frac{3 \log_3 \frac{|x|}{3}}{\log_3 (3x^3)} \right).$$

- (a) Odredite sliku funkcije  $f$ .
- (b) Odredite prasluku  $f^{-1}(\mathbb{R} \setminus \langle \frac{\pi}{3}, \pi \rangle)$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

prvi kolokvij — 25. studenog 2013.

**Zadatak 3.** (6 bodova) Je li

$$f(x) = \ln(\operatorname{tg} x + 2) + \ln(\operatorname{tg} x + 3)$$

injekcija na intervalu  $[3\pi, \frac{7\pi}{2})$ ?

U slučaju da jest, odredite joj inverz na tom intervalu.

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

prvi kolokvij — 25. studenog 2013.

**Zadatak 4.** (ukupno 7 bodova)

- (a) (4 boda) Je li funkcija  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadana formulom  $f(x) = \sqrt{1 + \sin x}$  surjekcija? Ukoliko nije, izračunajte njenu sliku  $\mathcal{R}_f$ . Nadalje, odredite najmanji interval  $I$  koji sadrži broj  $-\pi$  takav da restrikcija  $f|_I: I \rightarrow \mathcal{R}_f$  bude surjekcija.
- (b) (3 boda) Neka je  $S \subseteq \mathbb{R}$  i pretpostavimo da funkcija  $f: S \rightarrow S$  ima sljedeće svojstvo: Rotacijom njenog grafa  $\Gamma_f$  oko ishodišta za  $90^\circ$  suprotno od kazaljke na satu dobiva se opet isti taj graf  $\Gamma_f$ . Dokažite da  $f$  mora biti bijekcija.

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

prvi kolokvij — 25. studenog 2013.

**Zadatak 1.** (6 bodova)

(a) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \frac{1}{\left| \cos x + \frac{1}{2} \right|} + \log_3 \operatorname{Arcth} x.$$

(b) Pokažite da za  $x \in [-1, 1]$  vrijedi

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}.$$

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

prvi kolokvij — 25. studenog 2013.

**Zadatak 2.** (6 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x) = \arcsin \left( \frac{\log_2(2|x|)}{\log_2 \frac{x^2}{2}} \right).$$

- (a) Odredite sliku funkcije  $f$ .
- (b) Odredite prasluku  $f^{-1}(\mathbb{R} \setminus \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3} \rangle)$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

prvi kolokvij — 25. studenog 2013.

**Zadatak 3.** (6 bodova) Je li

$$f(x) = \ln(1 - \operatorname{ctg} x) + \ln(2 - \operatorname{ctg} x)$$

injekcija na intervalu  $[\frac{5\pi}{2}, 3\pi)$ ?

U slučaju da jest, odredite joj inverz na tom intervalu.

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

prvi kolokvij — 25. studenog 2013.

**Zadatak 4.** (ukupno 7 bodova)

- (a) (4 boda) Je li funkcija  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadana fomulom  $f(x) = \sqrt[3]{-1 + \cos x}$  surjekcija? Ukoliko nije, izračunajte njenu sliku  $\mathcal{R}_f$ . Nadalje, odredite najmanji interval  $I$  koji sadrži broj  $-\frac{\pi}{2}$  takav da restrikcija  $f|_I: I \rightarrow \mathcal{R}_f$  bude surjekcija.
- (b) (3 boda) Neka je  $S \subseteq \mathbb{R}$  i pretpostavimo da funkcija  $f: S \rightarrow S$  ima graf  $\Gamma_f$  koji je osno simetričan obzirom na pravac  $y = -x$ , tj. obzirom na simetralu drugog i četvrtog kvadranta. Dokažite da  $f$  mora biti bijekcija.