

MATEMATIČKA ANALIZA 1
popravni kolokvij - 13. veljače 2015.

Zadatak 1 (4+8)

(a) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \sqrt{x - 6 \operatorname{sh}(\ln x)}.$$

(b) Neka je $f(x) = 2^{2 \cos(2x)} - 2$. Odredite $f(\langle \frac{-\pi}{3}, 0 \rangle)$, $f^{-1}([2, \infty))$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 13. veljače 2015.

Zadatak 2 (2+3+8) Niz (a_n) zadan je rekurzivno:

$$a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n-1}}{2}, \quad a_0 = 0, \quad a_1 = 1.$$

- (a) Dokažite da je niz (a_n) omeđen (odozgo i odozdo).
- (b) Dokažite da (a_n) nije monoton, čak ni počevši od nekog člana nadalje.
- (c) Dokažite da je (a_n) konvergentan, unatoč činjenici da nije monoton, te mu odredite limes.
Uputa: Da biste odredili limes, najprije dokažite da je izraz $2a_n + a_{n-1}$ konstanta koja ne ovisi o n .

MATEMATIČKA ANALIZA 1
popravni kolokvij - 13. veljače 2015.

Zadatak 3 (10+2)

(a) Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S = \left\{ \frac{1}{x^2 + \lceil \frac{2n+2}{n+2} \rceil x + 2 - \frac{\cos n\pi}{n^2}} : x \in \left\langle -2, -\frac{1}{2} \right\rangle, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

(b) Navedite primjer ograničenog niza (a_n) u \mathbb{R} čija slika $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ nema ni minimum ni maksimum.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 13. veljače 2015.

Zadatak 4 Neka je $a \in \mathbb{R}$. Odredite limese

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{\ln x},$

(b) $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{\frac{1}{x-a}}.$