

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij - 30. siječnja 2017.

Zadatak 1. (6 bodova) Niz (a_n) zadan je rekurzivno:

$$a_1 = -\frac{1}{4}, \quad -a_{n+1} = \frac{a_n a_{n+1} + 4}{4}.$$

Dokažite da je (a_n) konvergentan i odredite mu limes.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij - 30. siječnja 2017.

Zadatak 2. (6=3+3 bodova)

(a) Izračunajte limes:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n k \sin\left(\frac{1}{k^2}\right)}{\ln n}$$

(b) Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna i ograničena funkcija. Dokažite da f ima fiksnu točku, to jest da postoji $y \in \mathbb{R}$ takav da je $f(y) = y$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij - 30. siječnja 2017.

Zadatak 3. (6 bodova) Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S = \{3 \ln n - \ln(m^2 + 2m + 4n^3) : m, n \in \mathbb{N}\}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij - 30. siječnja 2017.

Zadatak 4. (7=3+4 bodova)

(a) Po **Cauchyjevoj definiciji neprekidnosti**, pokažite da je funkcija $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ neprekidna u točki 0.

(b) Odredite limes:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \cos^3 \frac{1}{x}} \cdot (3^{1/x} - 5^{-1/x})}{\log_2(1 + x^{-2} + x^{-3})}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij - 30. siječnja 2017.

Zadatak 1. (6 bodova) Niz (b_n) zadan je rekurzivno:

$$b_1 = \frac{1}{2}, \quad b_{n+1} = \frac{b_n b_{n+1} + 1}{2}.$$

Dokažite da je (b_n) konvergentan i odredite mu limes.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij - 30. siječnja 2017.

Zadatak 2. (6=3+3 bodova)

(a) Izračunajte limes:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n \sin\left(\frac{1}{k}\right)}{\ln n}$$

(b) Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna i ograničena funkcija. Dokažite da f ima fiksnu točku, to jest da postoji $y \in \mathbb{R}$ takav da je $f(y) = y$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij - 30. siječnja 2017.

Zadatak 3. (6 bodova) Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S = \{4 \ln m - \ln(n^2 + 5n + 3m^4) : m, n \in \mathbb{N}\}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij - 30. siječnja 2017.

Zadatak 4. (7=3+4 bodova)(a) Po **Cauchyjevoj definiciji neprekidnosti**, dokažite da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 3^x, & x < 0, \\ 3^{-x+1}, & x \geq 0, \end{cases}$$

ima prekid u točki $x = 0$.

(b) Odredite limes:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[6]{1 - \cos \frac{1}{x^3}} \cdot (2^{-1/x} - 3^{1/x})}{\ln((x-1)^{1/x}) - \ln(x^{1/x})}.$$