

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 18. studenog 2019.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje, te službene formule koje će student dobiti zajedno s kolokvijem.
- Rješenja će biti objavljena danas na web-stranici kolegija.
- Rezultati će biti objavljeni do srijede, 20. studenog 2019. u 20 sati na web-stranici kolegija.
- Uvid u kolokvij održat će se u četvrtak, 21. studenog 2019. u 12 sati u prostoriji 201.

Zadatak 1.

- (a) (4 boda) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \ln \left(\frac{1}{\sin x} - 2 \cos x \right).$$

- (b) (2 boda) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \ln \left(\frac{1}{\sin x} - 8 \cos x \cos(2x) \cos(4x) \right).$$

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 18. studenog 2019.

Zadatak 2. Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana sa

$$f(x) = \lfloor \frac{8}{\pi} \operatorname{arctg} x^2 + 1 \rfloor.$$

- (a) (5 bodova) Nađite $f^{-1}([1, 2])$ i $f(f^{-1}([1, 2]))$.
- (b) (1 bod) Postoji li prirodan broj n takav da je $f^{-1}([n, n + 1]) = \emptyset$?

Napomena. $\lfloor a \rfloor$ je oznaka za najveći cijeli broj koji nije veći od a . Npr. $\lfloor 1 \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = 3$, $\lfloor -2.5 \rfloor = -3$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 18. studenog 2019.

Zadatak 3. Neka su $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ realne funkcije realne varijable.

- (a) (1 bod) Ako je g periodična, je li nužno i $f \circ g$ periodična?
- (b) (1 bod) Ako je f periodična, je li nužno i $f \circ g$ periodična?
- (c) (2 boda) Ako je f periodična s periodom 7, a g s periodom 9, je li nužno i funkcija $f + g$ periodična? Ako je, pronađite joj neki period.
- (d) (2 boda) Ako je $g(x) = |f(x)|$, te ako je g periodična, je li nužno i f periodična?

Napomena. Funkciju $f + g$ definiramo kao funkciju $(f + g): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s pravilom pridruživanja $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 18. studenog 2019.

Zadatak 4. Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana s

$$f(x) = e^{\sin^2 x}.$$

(a) (5 bodova) Odredite $f\left(\left[0, \frac{\pi}{2}\right]\right)$, dokažite da je $f|_{\left[0, \frac{\pi}{2}\right]}: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow f\left(\left[0, \frac{\pi}{2}\right]\right)$ bijekcija te odredite $\left(f|_{\left[0, \frac{\pi}{2}\right]}\right)^{-1}$.

(b) (2 boda) Nadite najveći interval $I \subseteq \mathbb{R}$ koji sadrži točku $\frac{5\pi}{3}$ takav da je $f|_I$ injekcija.