

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Drugi kolokvij – 27. siječnja 2020.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje, te službene formule koje će student dobiti zajedno s kolokvijem.
- Rješenja će biti objavljena danas na web-stranici kolegija.
- Rezultati će biti objavljeni u srijedu, 29. siječnja 2020. u 12 sati na web-stranici kolegija.
- Uvid u kolokvij održat će se u srijedu, 29. siječnja 2020. u 17:30 sati u prostoriji 201.

Zadatak 1. Izračunajte limese:

(a) (4 boda)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^2} \sqrt{\cos 3x} - 1}{\ln(1 + 3x) \ln(1 + 3 \arcsin x)},$$

(b) (2 boda)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\lfloor 4e^x \rfloor + 2}{\lfloor 5e^x \rfloor + 1}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Drugi kolokvij – 27. siječnja 2020.

Zadatak 2. (6 bodova) Odredite infimum i supremum skupa

$$\left\{ \frac{2e^nm^2 + 2e^nm - e^n - 6m^2 - 6m + 3}{e^nm^2 + e^nm} : m, n \in \mathbb{N} \right\} \cup \left\{ 1 + \frac{r}{s} + \frac{r^2}{2s^2} : r, s \in \mathbb{N} \text{ relativno prosti i } r < s \right\}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Drugi kolokvij – 27. siječnja 2020.

Zadatak 3.

(a) (4 boda) Odredite limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sqrt{n} + \sqrt[3]{n} + \cdots + \lfloor \sqrt{n} \rfloor \sqrt{n}}{n}.$$

(b) (3 boda) Neka je $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz pozitivnih realnih brojeva koji je neograničen i za koji vrijedi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n) = 0.$$

Za $n \in \mathbb{N}$ sa $f(n)$ označimo najmanji broj koji je veći od n , takav da je $a_{f(n)} - a_n > 1$. Dokažite da je

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{f(n)} - a_n) = 1.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Drugi kolokvij – 27. siječnja 2020.

Zadatak 4. (6 bodova) Neka je $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz zadan s

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n + 3}{2a_n}.$$

Dokažite da je niz $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergentan i odredite mu limes.