

MATEMATIČKA ANALIZA 2

Drugi kolokvij – 29. lipnja 2021.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje, te službene formule koje će student dobiti zajedno s kolokvijem.
- Rješenja će biti objavljena na web-stranici kolegija.

Zadatak 1.

- (a) (3 boda) Izračunajte integral

$$\int \frac{1}{x^3} \cos \frac{1}{x} dx.$$

- (b) (3 boda) Neka je $\alpha \in \langle 0, 2 \rangle$. Ispitajte konvergenciju integrala

$$\int_0^1 \frac{e^{x^2} - 1}{x^\alpha} dx.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 2

Drugi kolokvij – 29. lipnja 2021.

Zadatak 2.

(a) (4 boda) Dokažite da postoji $n_0 \in \mathbf{N}$ takav da je za sve $n \geq n_0$

$$\frac{1}{\sqrt{1^2 + n^2}} + \frac{1}{\sqrt{2^2 + n^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n^2}} > \ln 2.4.$$

(b) (2 boda) Neka je $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ konkavna funkcija takva da je $f(0) = 1$ i $f(1) = 2$. Dokažite da je tada

$$\int_0^1 f(x) dx \geq \frac{3}{2}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 2

Drugi kolokvij – 29. lipnja 2021.

Zadatak 3.

- (a) (2 boda) Neka je $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ niz pozitivnih realnih brojeva takav da red $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergira. Ispitajte konvergenciju redova $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^3$ i $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$.
- (b) (4 boda) U ovisnosti o parametru $p > 0$ ispitajte konvergenciju reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n!) \operatorname{arctg}(n)}{(n + 2021)^p}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 2

Drugi kolokvij – 29. lipnja 2021.

Zadatak 4.

(a) (3 boda) Razvijte u Maclaurinov red funkciju $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-x-2}$ i odredite radijus konvergencije tako dobivenog reda.

(b) (4 boda) Izračunajte sumu reda

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)4^n}.$$