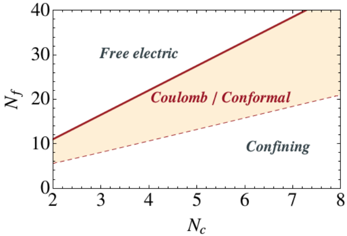
Faze baždarnih teorija

Ivana Ćesić

Fizički odsjek Prirodoslovno-matematičkog fakulteta
Sveučilište u Zagrebu

- Fazni prostor baždarnih teorija razapet je parametrima koji definiraju baždarne grupe
- Faza teorije određena je ponašanjem jakosti vezanja na velikim udaljenostima (niskim energijama)



Slika: Pimjer faznog prostora baždarnih teorija $SU(N_c)$ razapetog s brojem boja N_c i brojem okusa (fermiona) N_f

- Jednadžba renormalizacijske grupe:

$$\mu \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}\mu} = \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}\ln\mu} = \beta(g) \tag{1}$$

- Fiksne točke: $\beta(g*) = 0$
- Stabilnost je određena derivacijom u fiksnoj točki $\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}g|_{g*}$.
- Pozitivna derivacija = stabilna (IR) fiksna točka
- Negativna derivacija = nestabilna (UV) fiskna točka

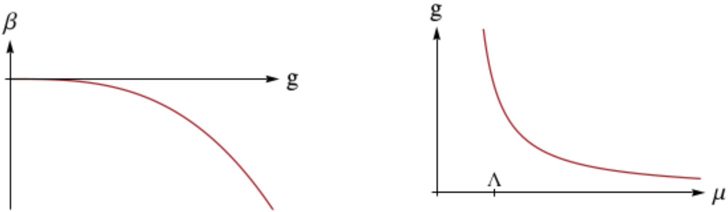
- Općeniti oblik β funkcije na nivou dvije petlje:

$$\beta(a_g) = -2a_g^2[\beta_0 + \beta_1 a_g], \quad a_g = g^2/(4\pi)^2 \tag{2}$$

- Predznaci koeficijenata β_0 i β_1 uvjetuju postojanje fiksnih točaka i njihovu stabilnost
- Tri moguće faze: faza zatočenja, slobodna električna i Coulombova

Faza zatočenja

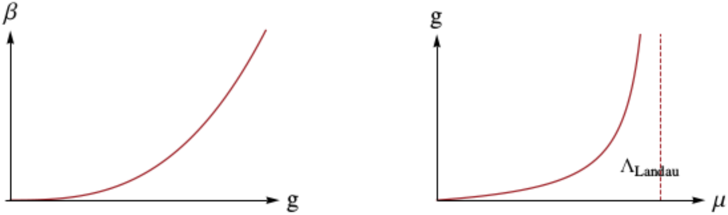
- $\beta_0 > 0$, $\beta_1 > 0$
- Trivijalna UV fiksna točka, karakteristična za asimptotski slobodne teorije



Slika: Asimptotski slobodna teorija sa zatočenjem.

Slobodna električna faza

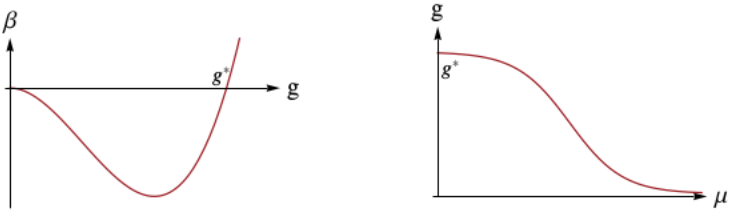
- $\beta_0 \leq 0$, $\beta_1 < 0$
- Trivijalna IR fiksna točka
- Landauov pol



Slika: Slobodna električna teorija i Landauov pol.

Coulombova faza

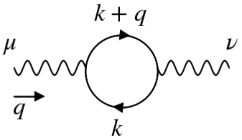
- $\beta_0 > 0,\ \beta_1 < 0$
- Interagirajuća IR fiksna točka
- Asimptotski slobodna teorija bez zatočenja
- Invarijantnoj na skaliranje i mogućnost konformalnosti



Slika: Teorija u Coulombovoj fazi.

β funkcija u kvantnoj elektrodinamici

- Renormalizacija električnog naboja iz dijagrama vakuumske polarizacije

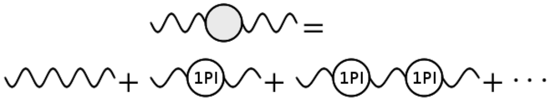


- Amplituda:

$$i\Pi_2^{\mu\nu} = (-ie_0)^2(-1)\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[\gamma^\mu \frac{i}{\not{k}-m}\gamma^\nu \frac{i}{\not{k}+\not{q}-m}\right] \qquad (3)$$

- Ako je $i\Pi^{\mu\nu}$ zbroj svih jednočestičnih ireducibilnih dijagrama u fotonskom propagatoru, $i\Pi_2^{\mu\nu}$ mu je doprinos drugog reda u e

- Zbog wardovog identiteta
$$q_\mu \Pi^{\mu\nu} = 0 \tag{4}$$
slijedi
$$\Pi^{\mu\nu}(q) = (q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu)\Pi(q^2). \tag{5}$$
- Egzaktni propagator:



$$= \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} + \frac{-ig_{\mu\rho}}{q^2}\left[i(q^2 g^{\rho\sigma} - q^\rho q^\sigma)\Pi(q^2)\right]\frac{-ig_{\sigma\nu}}{q^2} + \dots \tag{6}$$
$$= \frac{-i}{q^2(1-\Pi(q^2))}\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) + \frac{-i}{q^2}\left(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) \tag{7}$$
$$(\dots) = \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2(1-\Pi(q^2))} \tag{8}$$

- Renormalizacija naboja: fizikalni naboj u $q^2 = 0$ je $\sqrt{\frac{1}{(1-\Pi(0))}}e_0$
- U najnižem redu u α je $\Pi(q^2) \approx \Pi_2(q^2)$ i amplituda raspršenja sadrži

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}\left(\frac{e_0^2}{1-\Pi(q^2)}\right) = \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}\left(\frac{e^2}{1-[\Pi_2(q^2)-\Pi_2(0)]}\right) \tag{9}$$

- Električni naboj ovisan o q^2
- Treba izračunati Π_2

$$i\Pi_2^{\mu\nu} = (-ie_0)^2(-1)\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{Tr}\left[\gamma^\mu \frac{i}{\not k - m}\gamma^\nu \frac{i}{\not k + \not q - m}\right] \tag{10}$$

$$\begin{aligned} i\Pi_2^{\mu\nu}(q) &= -4e^2 \\ &\times \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{k^\mu(k+q)^\nu + k^\nu(k+q)^\mu - g^{\mu\nu}(k\cdot(k+q) - m^2)}{(k^2-m^2)((k+q)^2-m^2)} \end{aligned} \tag{11}$$

- Feynmanova parametrizacija, $l = k + xq$

$$\frac{1}{(k^2-m^2)((k+q)^2-m^2)} = \int_0^1 dx \frac{1}{(l^2 + x(1-x)q^2 - m^2)} \tag{12}$$

- $l^0 = il_E^0$, $\Delta = m^2 - x(1-x)q^2$

$$i\Pi_2^{\mu\nu}(q) = -4ie^2 \int_0^1 dx \int \frac{d^4 l_E}{(2\pi)^4}$$
$$\times \frac{-2l_E^\mu l_E^\nu + 1/2 g^{\mu\nu} l_E^2 - 2x(1-x)q^\mu q^\nu + g^{\mu\nu}(m^2 + x(1-x)q^2)}{(l_E^2 + \Delta)^2}. \quad (13)$$

- Dimenzionalna regularizacija: 1 vremenska dimenzija, $d-1$ prostornih

$$i\Pi_2^{\mu\nu}(q) = -8ie^2 \int_0^1 dx \frac{1}{(4\pi)^{d/2}} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{2-d/2} \Gamma(2-d/2)x(1-x)$$
$$\times \left(q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu\right) \quad (14)$$

- $\epsilon = 4 - d$

$$\Pi_2(q^2) = -\frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dx x(1-x) \left(\frac{2}{\epsilon} - \ln\Delta - \gamma + \ln(4\pi)\right) \quad (15)$$

- Goli naboj je beskonačno puta veći od fizikalnog naboja

$$\frac{e^2 - e_0^2}{e_0^2} = \Pi_2(0) \approx -\frac{2\alpha}{3\pi\epsilon} \tag{16}$$

- Za računanje ovisnosti efektivnog naboja o q^2 potrebno je

$$\widehat{\Pi}_2(q^2) = \Pi_2(q^2) - \Pi_2(0) = -\frac{2\alpha}{\pi}\int_0^1 dx x(1-x)\ln\left(\frac{m^2}{m^2 - x(1-x)q^2}\right) \tag{17}$$

- U limesu $-q^2 \gg m^2$ $(A = e^{5/3})$:

$$\widehat{\Pi}_2(q^2) = \frac{\alpha}{3\pi}\ln\left(\frac{-q^2}{Am^2}\right) \tag{18}$$

- Efektivna konstanta vezanja:

$$\alpha_{eff} = \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{3\pi}\ln\left(\frac{-q^2}{Am^2}\right)} \tag{19}$$

$$\beta_{QED}(\alpha) = \frac{2\alpha^2}{3\pi} \tag{20}$$

- Električna slobodna teorija
- Landauov pol

β funkcija u kvantnoj kromodinamici

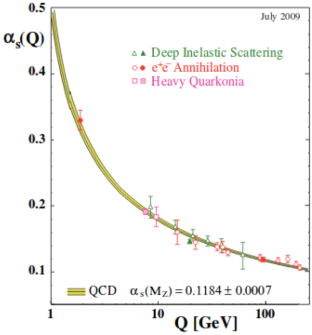
- β funkcija za bezmaseni QCD na nivou dvije petlje u ovisnosti o boju okusa n_f ($a_s = \alpha_s/4\pi = g^2/16\pi^2$):

$$\beta_{QCD}(a_s) = -2a_s^2 \left(\left(11 - \frac{2}{3} n_f \right) + \left(102 - \frac{38}{3} n_f \right) a_s \right) \tag{21}$$

- Faza teorije ovisi o n_f
- $n_f \leq 8$: faza zatočenja
- $9 \leq n_f \leq 16$: Coulombova faza
- $n_f \geq 17$: slobodna električna

Zaključak

- Klasifikacija teorija na temelju vezanja na niskim energijama, β funkcija određuje kliznost jakosti vezanja
- Interpretacija kvantnih korekcija na naboj zasjenjenjem i antizasjenjenjem



Slika: Mjerenja α_s u ovisnosti o energetskoj skali Q.

Literatura

- M. Mojaza (2014). Conformality, Spontaneous Symmetry Breaking and Mass Hierarchies (Doktorska disertacija).
- Peskin, Schroeder: An Introduction To Quantum Field Theory, Addison-Wesley 1995
- Weinberg, Steven: The Quantum Theory of Fields, Volume II, Modern Aplications, Cambridge University Press 1996
- T. van Ritbergen, J.A.M. Vermaseren, and S.A. Larin, Phys. Lett. B400, 379 (1997) [arXiv:hep-ph/9701390].
- Siegfried Bethke, Eur. Phys. J. C64, 689-703 (2009) [arXiv:0908.1135v2].