The no-boundary proposal

Mario Tanfara

Prirodoslovno matematički fakultet u Zagrebu

28. siječnja 2021.

- poluklasično $G_{ab} = 8\pi G \langle \hat{T}_{ab} \rangle \to$ gubimo superpoziciju polja

Uvod

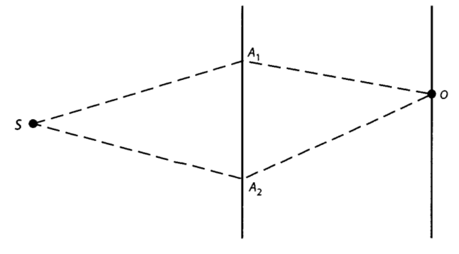
- poluklasično $G_{ab} = 8\pi G\langle\hat{T}_{ab}\rangle \rightarrow$ gubimo superpoziciju polja
- $g_{ab} = \eta_{ab} + \gamma_{ab}$ perturbacija kao dinamičko polje$\rightarrow$kauzalnost nije dobro zadovoljena

- poluklasično $G_{ab} = 8\pi G \langle \hat{T}_{ab} \rangle \to$ gubimo superpoziciju polja
- $g_{ab} = \eta_{ab} + \gamma_{ab}$ perturbacija kao dinamičko polje$\to$kauzalnost nije dobro zadovoljena
- Metrika u operator? $[\hat{g}_{ab}(x'), \hat{g}_{ab}(x)] = 0 \to$ nema smisla

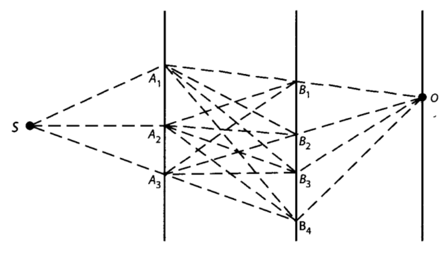
- poluklasično $G_{ab} = 8\pi G\langle\hat{T}_{ab}\rangle \rightarrow$ gubimo superpoziciju polja
- $g_{ab} = \eta_{ab} + \gamma_{ab}$ perturbacija kao dinamičko polje$\rightarrow$kauzalnost nije dobro zadovoljena
- Metrika u operator? $[\hat{g}_{ab}(x'), \hat{g}_{ab}(x)] = 0 \rightarrow$ nema smisla
- Metrika treba igrati ulogu i geometrije prostora i dinamičkog polja na njoj.

- poluklasično $G_{ab} = 8\pi G\langle\hat{T}_{ab}\rangle \rightarrow$ gubimo superpoziciju polja
- $g_{ab} = \eta_{ab} + \gamma_{ab}$ perturbacija kao dinamičko polje$\rightarrow$kauzalnost nije dobro zadovoljena
- Metrika u operator? $[\hat{g}_{ab}(x'), \hat{g}_{ab}(x)] = 0 \rightarrow$ nema smisla
- Metrika treba igrati ulogu i geometrije prostora i dinamičkog polja na njoj.
- Integrali po putevima podrazumijevaju superpoziciju, ne zahtjevaju operatore i upošljavaju klasični funkcional akcije.

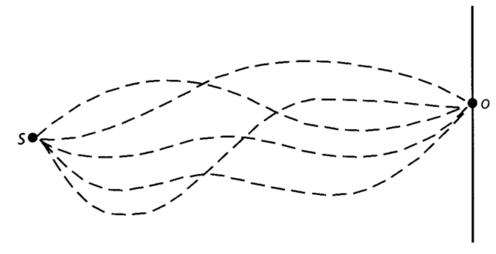
Diracov formalizam



- Ukupna amplituda je suma amplituda za dva moguća puta.



- Ukupna amplituda je suma amplituda za dva moguća puta.
- Još puteva, još suma.



- Ukupna amplituda je suma amplituda za dva moguća puta.
- Još puteva, još suma.
- Konačno, integrali po putevima.

- $\psi(q',t') = \int dq \, \langle q',t'|q,t\rangle \psi(q,t) \quad , \; |q,t\rangle = e^{i\mathscr{H}t}|q\rangle$

- $\psi(q',t') = \int dq \; \langle q',t'|q,t\rangle \psi(q,t) \quad , \; |q,t\rangle = e^{i\mathscr{H}t}|q\rangle$
- Feynmanova jezgra $\langle q',t'|q,t\rangle$

- $\psi(q', t') = \int dq \, \langle q', t' | q, t \rangle \psi(q, t) \quad , \; |q, t\rangle = e^{i\mathscr{H}t} |q\rangle$
- Feynmanova jezgra $\langle q', t' | q, t \rangle$
- $t' - t = N\varepsilon \quad , t_n = t + n\varepsilon \quad , n = 1, ..., N-1$

- $\psi(q',t') = \int dq\ \langle q',t'|q,t\rangle\psi(q,t) \quad,\ |q,t\rangle = e^{i\mathscr{H}t}|q\rangle$
- Feynmanova jezgra $\langle q',t'|q,t\rangle$
- $t'-t = N\varepsilon \quad, t_n = t+n\varepsilon \quad, n = 1,...,N-1$
- $\langle q',t'|q,t\rangle = \int q_{N-1}...\int dq_1 \langle q',t'|q_{N-1},t_{N-1}\rangle...\langle q_1,t_1|q,t\rangle$

- $\psi(q',t') = \int dq \ \langle q',t'|q,t\rangle\psi(q,t) \quad , \ |q,t\rangle = e^{i\mathscr{H}t}|q\rangle$
- Feynmanova jezgra $\langle q',t'|q,t\rangle$
- $t'-t = N\varepsilon \quad ,t_n = t+n\varepsilon \quad ,n=1,...,N-1$
- $\langle q',t'|q,t\rangle = \int q_{N-1}...\int dq_1\langle q',t'|q_{N-1},t_{N-1}\rangle...\langle q_1,t_1|q,t\rangle$
- matrice transfera

$$T_n = \langle q_{n+1}|e^{-i\mathscr{H}(t_{n+1}-t_n)}|q_n\rangle = \int \frac{dp_n}{2\pi}e^{ip_n(q_{n+1}-q_n)}(1-iH(p_n,q_n)\varepsilon)$$

- $\psi(q',t') = \int dq\ \langle q',t'|q,t\rangle\psi(q,t) \quad , \ |q,t\rangle = e^{i\mathscr{H}t}|q\rangle$
- Feynmanova jezgra $\langle q',t'|q,t\rangle$
- $t'-t = N\varepsilon \quad ,t_n = t+n\varepsilon \quad ,n=1,...,N-1$
- $\langle q',t'|q,t\rangle = \int q_{N-1}... \int dq_1 \langle q',t'|q_{N-1},t_{N-1}\rangle...\langle q_1,t_1|q,t\rangle$
- matrice transfera

$$T_n = \langle q_{n+1}|e^{-i\mathscr{H}(t_{n+1}-t_n)}|q_n\rangle = \int \frac{dp_n}{2\pi}e^{ip_n(q_{n+1}-q_n)}(1-iH(p_n,q_n)\varepsilon)$$

- definiramo integrale po putevima

$$\lim_{N\to\infty}\int\prod_{n=1}^{N-1}dq_n\int\prod_{n=0}^{N-1}\frac{dp_n}{2\pi}\equiv\int\mathcal{D}q\int\mathcal{D}p$$

- Izraz za Feynmanovu jezgru

$$\langle q', t' | q, t \rangle = \int \mathcal{D}q \int \mathcal{D}p \exp\left(i \int_t^{t'} [p\dot{q} - H(p,q)] \right) \quad ,$$

- Izraz za Feynmanovu jezgru

$$\langle q', t' | q, t \rangle = \int \mathcal{D}q \int \mathcal{D}p \exp\left(i \int_t^{t'} [p\dot{q} - H(p,q)] \right) \quad ,$$

- u slučaju standardne forme $H(p,q)$ postaje:

$$\langle q', t' | q, t \rangle = \mathcal{N} \int \mathcal{D}q \exp(iS[q(\tau), \dot{q}(\tau)]) \quad .$$

- Izraz za Feynmanovu jezgru

$$\langle q', t' | q, t \rangle = \int \mathcal{D}q \int \mathcal{D}p \exp\left(i \int_t^{t'} [p\dot{q} - H(p,q)] \right) \quad ,$$

- u slučaju standardne forme $H(p,q)$ postaje:

$$\langle q', t' | q, t \rangle = \mathcal{N} \int \mathcal{D}q \exp(iS[q(\tau), \dot{q}(\tau)]) \quad .$$

- Jedini zahtjevi su *rubni uvjeti* $q(t) = q$ i $q(t') = q'$.

- Izraz za Feynmanovu jezgru

$$\langle q', t' | q, t \rangle = \int \mathcal{D}q \int \mathcal{D}p \exp\left(i \int_t^{t'} [p\dot{q} - H(p,q)] \right) \quad ,$$

- u slučaju standardne forme $H(p,q)$ postaje:

$$\langle q', t' | q, t \rangle = \mathcal{N} \int \mathcal{D}q \exp(iS[q(\tau), \dot{q}(\tau)]) \quad .$$

- Jedini zahtjevi su *rubni uvjeti* $q(t) = q$ i $q(t') = q'$.
- *klasična akcija* $S[\psi] = \int_{\mathscr{M}} \boldsymbol{\epsilon} \hat{\mathcal{L}}[\psi]$

Gravitacijski lagranžijan i akcija

- Zašto ne jednostavni izbor Riccijevog skalara R?

Gravitacijski lagranžijan i akcija

- Zašto ne jednostavni izbor Riccijevog skalara R?
- Hilbertova akcija $S_H[g] = \int d^n x \sqrt{|g|}\, R$

- Zašto ne jednostavni izbor Riccijevog skalara R?
- Hilbertova akcija $S_H[g] = \int d^n x \sqrt{|g|}\, R$
- $\delta(R\sqrt{|g|}) = R\delta\sqrt{|g|} + \sqrt{|g|}R_{ab}\delta g^{ab} + \sqrt{|g|}g^{ab}\delta R_{ab}$

Gravitacijski lagranžijan i akcija

- Zašto ne jednostavni izbor Riccijevog skalara R?
- Hilbertova akcija $S_H[g] = \int d^n x \sqrt{|g|}\, R$
- $\delta(R\sqrt{|g|}) = R\delta\sqrt{|g|} + \sqrt{|g|}R_{ab}\delta g^{ab} + \sqrt{|g|}g^{ab}\delta R_{ab}$
  - $\delta(\sqrt{|g|}) = -\frac{1}{2}\sqrt{|g|}g_{ab}\delta g^{ab}$

Gravitacijski lagranžijan i akcija

- Zašto ne jednostavni izbor Riccijevog skalara R?
- Hilbertova akcija $S_H[g] = \int d^n x \sqrt{|g|}\, R$
- $\delta(R\sqrt{|g|}) = R\delta\sqrt{|g|} + \sqrt{|g|}R_{ab}\delta g^{ab} + \sqrt{|g|}g^{ab}\delta R_{ab}$
  - $\delta(\sqrt{|g|}) = -\frac{1}{2}\sqrt{|g|}g_{ab}\delta g^{ab}$
- $\delta\mathcal{L} = \sqrt{|g|}G_{ab}\delta g^{ab} + \sqrt{|g|}g^{ab}\delta R_{ab}$

Gravitacijski lagranžijan i akcija

- Zašto ne jednostavni izbor Riccijevog skalara R?
- Hilbertova akcija $S_H[g] = \int d^n x \sqrt{|g|}\, R$
- $\delta(R\sqrt{|g|}) = R\delta\sqrt{|g|} + \sqrt{|g|}R_{ab}\delta g^{ab} + \sqrt{|g|}g^{ab}\delta R_{ab}$
  - $\delta(\sqrt{|g|}) = -\frac{1}{2}\sqrt{|g|}g_{ab}\delta g^{ab}$
- $\delta\mathcal{L} = \sqrt{|g|}G_{ab}\delta g^{ab} + \sqrt{|g|}g^{ab}\delta R_{ab}$
  - $g^{ac}\delta R_{ac} = \nabla^a(\nabla^c \delta g_{ac} - g^{bd}\nabla_a \delta g_{bd}) \equiv \nabla^a v_a$

- koristimo Stokesov teorem $\int_{\mathscr{M}} \nabla_a v^a = \int_{\partial \mathscr{M}} v^a n_a$

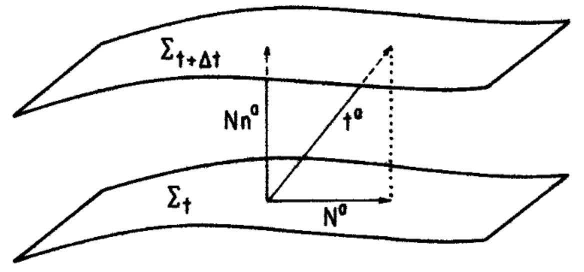
- koristimo Stokesov teorem $\int_{\mathscr{M}} \nabla_a v^a = \int_{\partial \mathscr{M}} v^a n_a$
- definiramo ekstrinzičnu zakrivljenost $K_{ab} = \frac{1}{2} \pounds_n h_{ab}$
    - inducirana metrika $h_{ab} = g_{ab} + n_a n_b$

- koristimo Stokesov teorem $\int_{\mathscr{M}} \nabla_a v^a = \int_{\partial \mathscr{M}} v^a n_a$
- definiramo ekstrinzičnu zakrivljenost $K_{ab} = \frac{1}{2} \pounds_n h_{ab}$
    - inducirana metrika $h_{ab} = g_{ab} + n_a n_b$
- vrijedi $n^a v_a = -2\delta K$

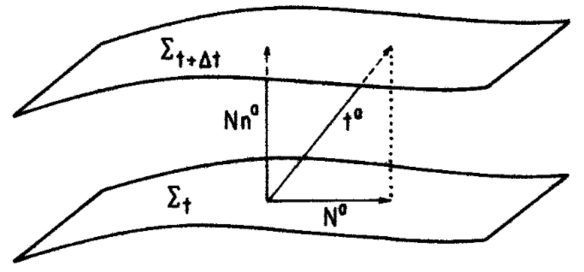
- koristimo Stokesov teorem $\int_{\mathscr{M}} \nabla_a v^a = \int_{\partial\mathscr{M}} v^a n_a$
- definiramo ekstrinzičnu zakrivljenost $K_{ab} = \frac{1}{2}\pounds_n h_{ab}$
  - inducirana metrika $h_{ab} = g_{ab} + n_a n_b$
- vrijedi $n^a v_a = -2\delta K$
- samo ćemo dodati novi član Hilbertovoj akciji koji će poništiti površinski doprinos

$$S[g] = \int_{\mathscr{M}} R + \int_{\partial\mathscr{M}} 2K$$

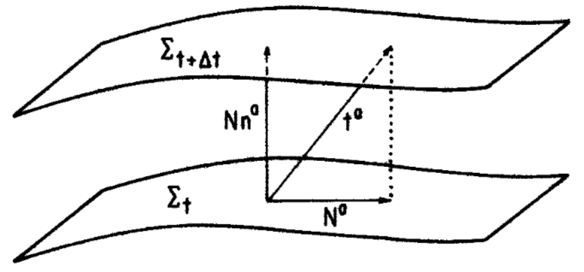
- Globalno hiperbolično $(\mathscr{M}, g_{ab})$ se može raslojiti Cauchyjevim plohama Σ_t ($t =$konst.)



- Globalno hiperbolično $(\mathscr{M}, g_{ab})$ se može raslojiti Cauchyjevim plohama Σ_t ($t =$konst.)

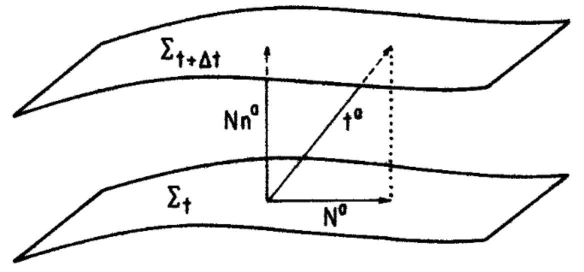


- Globalno hiperbolično $(\mathscr{M}, g_{ab})$ se može raslojiti Cauchyjevim plohama Σ_t ($t =$konst.)



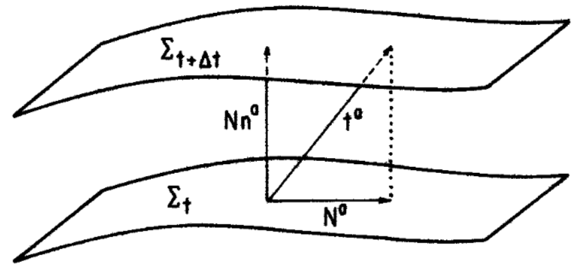
- poput evolucije $(\Sigma_t, h_{ab}(t)) \to (\Sigma_{t+\Delta t}, h_{ab}(t + \Delta t))$

- Globalno hiperbolično $(\mathscr{M}, g_{ab})$ se može raslojiti Cauchyjevim plohama Σ_t ($t =$konst.)



- poput evolucije $(\Sigma_t, h_{ab}(t)) \to (\Sigma_{t+\Delta t}, h_{ab}(t+\Delta t))$
- $K_{ab} = \frac{1}{2}\pounds_n h_{ab} = \frac{1}{2}N^{-1}(\dot{h}_{ab} - h_a{}^d h_b{}^e \pounds_N h_{de}), \quad \dot{h}_{ab} = h_a{}^d h_b{}^e \pounds_t h_{de}$

- Globalno hiperbolično $(\mathscr{M}, g_{ab})$ se može raslojiti Cauchyjevim plohama Σ_t ($t =$konst.)



- poput evolucije $(\Sigma_t, h_{ab}(t)) \to (\Sigma_{t+\Delta t}, h_{ab}(t+\Delta t))$
- $K_{ab} = \frac{1}{2}\pounds_n h_{ab} = \frac{1}{2}N^{-1}(\dot{h}_{ab} - h_a{}^d h_b{}^e \pounds_N h_{de}), \quad \dot{h}_{ab} = h_a{}^d h_b{}^e \pounds_t h_{de}$
- početni uvjeti su $(\Sigma_0, h_{ab}, K_{ab})$

Gravitacijski integral po putu

- po analogiji $\langle h_1|h_0\rangle = \int_{h_0}^{h_1} \mathcal{D}g \; e^{iS[g]}$

- po analogiji $\langle h_1 | h_0 \rangle = \int_{h_0}^{h_1} \mathcal{D}g \; e^{iS[g]}$
- postoje dva "no-boundary" prijedloga

$$\mathrm{HH}: \int^{h} \mathcal{D}g \; e^{-S_E[g]} \qquad \mathrm{V}: \int_{\emptyset}^{h} \mathcal{D}g \; e^{iS[g]}$$

Gravitacijski integral po putu

- po analogiji $\langle h_1 | h_0 \rangle = \int_{h_0}^{h_1} \mathcal{D}g \; e^{iS[g]}$
- postoje dva "no-boundary" prijedloga

$$\mathrm{HH}: \int^{h} \mathcal{D}g \; e^{-S_E[g]} \qquad \mathrm{V}: \int_{\emptyset}^{h} \mathcal{D}g \; e^{iS[g]}$$

- V: po Lorentzijanskim 4-metrikama od nestajuće početne 3-geometrije $\emptyset$ do konačne h

- po analogiji $\langle h_1|h_0\rangle = \int_{h_0}^{h_1} \mathcal{D}g \; e^{iS[g]}$
- postoje dva "no-boundary" prijedloga

$$\text{HH} : \int^{h} \mathcal{D}g \; e^{-S_E[g]} \qquad \text{V} : \int_{\emptyset}^{h} \mathcal{D}g \; e^{iS[g]}$$

- V: po Lorentzijanskim 4-metrikama od nestajuće početne 3-geometrije $\emptyset$ do konačne h
- HH: po kompaktnim Euklidskim 4-metrikama g koje induciraju h na rubu, gdje je S_E Euklidska akcija

Gravitacijski integral po putu

- po analogiji $\langle h_1|h_0\rangle = \int_{h_0}^{h_1} \mathcal{D}g\; e^{iS[g]}$
- postoje dva "no-boundary" prijedloga

$$\mathrm{HH}: \int^{h} \mathcal{D}g\; e^{-S_E[g]} \qquad \mathrm{V}: \int_{\emptyset}^{h} \mathcal{D}g\; e^{iS[g]}$$

- V: po Lorentzijanskim 4-metrikama od nestajuće početne 3-geometrije $\emptyset$ do konačne h
- HH: po kompaktnim Euklidskim 4-metrikama g koje induciraju h na rubu, gdje je S_E Euklidska akcija

- J. B. Hartle and S. W. Hawking, Phys. Rev. D **28**, 2960 (1983)
- J. J. Halliwell and S. W. Hawking, Phys. Rev. **D31**, 1777 (1985)
- G. W. Gibbons, Phys. Lett. **61A**, 3 (1977)
- A. Vilenkin, Phys. Rev. **D30**, 509 (1984)
- A. Vilenkin, Phys. Rev. **D50**, 2581 (1994), arXiv:gr-qc/9403010 [gr-qc].
- J. Feldbrugge, J.-L. Lehners, and N. Turok, Phys. Rev. **D95**, 103508 (2017)
- J. Feldbrugge, J.-L. Lehners, and N. Turok, Phys. Rev. **D97**, 023509 (2018)
- A. Di Tucci and J.-L. Lehners, Phys. Rev. Lett. **122**, 201302 (2019)
- J.D. Dorronsorro, Phys.Rev. **D96**, 043505 (2017)
- Robert M. Wald, *General relativity*, The Uni. of Chicago Press, 1984
- A. Zee, *Quantum field theory in a nutshell*, Princeton Uni. Press, 2003