Hlađenje atoma optičkim frekventinm češljem

Mihaela Bezak, F-4045

Fizčki odsjek, PMF, Bijenička cesta 32, 10 000 Zagreb

21. siječnja 2018.

Sažetak

U ovom radu proučavano je hlađenje atoma rubidija optičkim frekventnim češljem. Atomi se hlade jednom spektralnom linijom frekventnog češlja koja je ugođena u blizini prvog rezonantnog prijelaza u atomu ⁸⁷Rb. Hlađenje je proučavano u konfiguraciji dvije suprotno propagirajuće FC zrake, koje su imale lin \perp lin i $\sigma^+ - \sigma^+$ polarizacije. Za obje konfiguracije polarizacije, opažene su slične sub-Dopplerove temperature oko 60 μ K. Temperature atoma mjerene su koristeći tehniku vremena proleta. Ovim je radom frekventni češalj potvrđen kao alat za hlađenje atoma s rezonantnim prijelazima u dubokom ultraljubičastom dijelu spektra.

1 Uvod

Lasersko usporavanje i zarobljivanje atoma unutar magneto-optičke stupice (eng. Magneto Optical Trap, MOT), eksperimentalna je tehnika koja omogućava postizanje temperatura atoma u mikrokelvinskom području. Tehnika se temelji na interakciji polariziranog laserskog zračenja sa atomima koji se nalaze u gradijentu vanjskog magnetskog polja. Magnetooptička stupica je prvi puta demonstrirana 1987. godine na neutralnim atomima natrija.[1] Hladni atomi imaju vrlo široku primjenu u temeljnim i primijenjenim istraživanjima, kao što su testiranje fundamentalnih fizikalnih konstanti[2], stvaranje hladnih molekula[5], dobivanje Bose-Einsteinovog kondenzata [3], testiranje principa kvantne mehanike za primjenu u kvantnim računalima [4]. Jedna od važnijih primjena hladnih atoma je ona u mjeriteljstvu, gdje je primarni standard (etalon) vremena definiran hladnim atomima cezija u konfiguraciji atomske fontane [6]. Bitna karakteristika sistema s hladnim atomima je visoka kontrola eksperimentalnih parametara.

No unatoč velikoj primjeni, laserom se može hladiti samo ograničen broj atoma i to najčešće alkalijskih, zemnoalkalijskih metala te plemenitih plinova [7]. Postoje dva osnovna razloga za to. Prvo, zbog same prirode laserskog hlađenja, moguće je hladiti samo one atome koji imaju jednostavnu energijsku strukturu sa zatvorenim optičkim prijelazima. Atomi složenije energijske strukture, kao i molekule, obično ne posjeduju zatvorene optičke prijelaze, zbog čega oni bježe iz ciklusa apsorpcije i emisije uzrokovanog laserom za hlađenje, pa je i samo hlađenje neefikasno. Drugo, postoji niz atoma s jednostavnom strukturom i prijelazima koji su pogodni za hlađenje, ali ti prijelazi se nalaze u dubokom ultraljubičastom području koje je nedostupno za kontinuirane (eng. Continuous wave CW) lasere koji se uobičajno koriste za lasersko hlađenje. Frekventni češalj (eng. Frequency Comb FC) je femtosekundni laser čiji se spektar sastoji od niza jednako udaljenih linija. Zbog svoje pulsne prirode, njegova se frekvencija može efikasno prebaciti u duboko ultraljubičasto (VUV) spektralno područje koristeći metode stvaranja viših harmonika i nelinearne kristale. S druge strane, spektar frekventnog češlja analogan je spektru niza CW lasera sa spektralnim linijama velike koherencije. Sve navedeno ukazuje na mogućnost korištenja frekventnog češlja

za hlađenje atoma s prijelazima u VUV području, što bi po prvi puta omogućilo hlađenje atoma vodika, antivodika, kisika, dušika.

Međutim, tek se dva eksperimenta hlađenja frekventnim češljem mogu pronaći u literaturi [8] i [9] te je potrebno još istraživanja kako bi se razumio proces hlađenja s frekventnim češljem, što je potaknulo i istraživanje hlađenja atoma rubidija pomoću frekventnog češlja koji će biti prikazani u ovom radu.

2 Teorijska pozadina

2.1 Lasersko hlađenje i magneto-optička stupica

Princip hlađenja atoma temelji se na prijenosu impulsa s fotona na atom pri apsorpciji i emisiji fotona. Polazišni model za razumijevanje ovog procesa je atom s dva energijska nivoa, osnovno i pobuđeno stanje. Apsorpcijom fotona atom se pobuđuje te dobiva impuls u smjeru propagacije apsorbiranog fotona. Nakon određenog vremena dolazi do spontane emisije fotona u nasumičnom smjeru pri čemu se atom vraća u osnovno stanje. Promotrimo li slučaj velikog broja ciklusa apsorpcije i spontane emisije, usrednjeni impuls spontane emisije će iščezavati. Stoga, jedini impuls koji ostaje je onaj od apsorpcije fotona. Atomi tako osjećaju silu u smjeru propagacije laserske zrake koja se zove radijativna sila ili sila tlaka zračenja i odgovorna je za hlađenje atoma. Detaljan izvod se može pronaći u literaturi [7] i [10] gdje je konačni izraz za silu zračenja dan kao [10]:

$$F = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{SAT}}{1 + I/I_{SAT} + 4\delta^2/\Gamma^2}.$$
 (1)

gdje su $\delta = \omega_L - \omega_0$ pomak frekvencije lasera ω_L od frekvencije prijelaza u atomu ω_0 (eng. *detuning*), I intenzitet laserske, a I_{SAT} saturacijski intenzitet.

Zbog Dopplerovog efekta, atom koji se giba brzinom \vec{v} ulaznu frekvenciju lasera ω_L može vidjeti pomaknuto u crveno ili plavo područje frekvencija, eng. blue/ red shift, s obzirom na smjer vlastite brzine. Frekvencija laserskog zračenja u sustavu atoma ω'_L je

$$\omega'_L = \omega_L \pm \vec{k}\vec{v}.\tag{2}$$



Slika 1. Shematski prikaz Dopplerovog efekta. Slika preuzeta sa [10].

Navedeni izraz za silu zračenja (1) vrijedi samo za atome koji miruju. Stoga je u izrazu potrebno izvršiti supstituciju $\delta \to \delta - \vec{k}\vec{v}$, čime sila zračenja postaje ovisna o brzini atoma. Kako bi ohladili atome frekvencija lasera ugađa se na frekvenciju manju od atomskog prijelaza, tj. detuning $\delta < 0$. Time postižemo da su atomi koji se gibaju suprotno od smjera propagacije laserskog zračenja $\vec{k} \cdot \vec{v} < 0$ rezonantni s laserskim zračenjem, odnosno mogu Posljedica toga je apsorbirati zračenje lasera. rezultantna sila koja djeluje u suprotnom smjeru od smjera gibanja atoma čime dolazi do smanjenja brzine atoma. Da bi smanjili brzine atoma neovisno o smjeru njihovog gibanja, uvode se dvije suprotno propagirajuće laserske zrake valnih brojeva $\pm k$ (1D slučaj).



Slika 2. Ovisnost sile o brzini atoma za 1D slučaj, parametri su $\delta = -\Gamma$ te $I = 3I_{SAT}$. Prikazane su sile pojedinih zraka, \vec{F}_{\pm} te rezultantna sila. Preuzeto sa [12].

Ukupna sila na atom jednaka je zbroju radijativnih sila obiju zraka $\vec{F}=\vec{F}_++\vec{F}_-$ gdje su

$$F_{\pm} = \pm \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{SAT}}{1 + I/I_{SAT} + 4\delta^2 / \Gamma^2}.$$
 (3)

Ukupna sila za male brzine atoma ($kv \ll \delta, \Gamma$) je linearna te ju možemo aproksimirati izrazom

$$\vec{F} \approx -\beta \vec{v} \tag{4}$$

gdje je $\beta = -\frac{8\hbar k \delta I/I_{SAT}}{\Gamma(1+I/I_{SAT}+4\delta^2/\Gamma^2)}$. Ukupna sila hlađenja neovisna je o položaju atoma što za posljedicu vuče da atomi difundiraju iz područja hlađenja. Zato je u sustav potrebno uvesti silu koja bi prostorno zatočila atome, a to se postiže magneto-optičkom stupicom. Na slici 3. prikazana je konfiguracija MOT-a s tri para kružno polariziranih laserskih zraka te anti-Helmholtzova konfiguracija zavojnica koja stvara magnetsko polje. Magnetsko polje ima vrijednost nula u centru stupice te linearno raste s udaljenošću, B(z)=Az, gdje je $A = \partial B/\partial z$. Postavljanjem takvog magnetskog polja postižemo cijepanje energijskih nivoa atoma. Energija cijepanja nivoa linearna je u ovisnosti o položaju atoma.



Slika 3. Konfiguracija MOT-a s tri para kružno polariziranih laserskih zraka te dvije paralelne zavojnice kojima teče struja u suprotnom smjeru [13]

Krajni izraz za silu, uslijed magnetskog djelovanja, se za male udaljenosti od centra stupice aproksimira sa [10]

$$\vec{F} \approx \kappa \vec{z}$$
 (5)

gdje je $\kappa = \mu A/\hbar A$ konstanta stupice, a μ efektivni magnetski moment prijelaza. Ukupna sila na atome u magneto-optičkoj stupici, koja dolazi i od laserskog hlađenja i zarobljivanja, ima oblik sile gušenog harmoničkog oscilatora

$$\vec{F} = -\beta \vec{v} + \kappa \vec{z}.$$
 (6)

Prema tome, atomi u MOT-u osjećaju silu koja im smanjuje brzinu te ih gura prema centru stupice.

2.2 Optički frekventni češalj

Danas je primjena frekventnog češlja rasprostranjena u različitim područjima eksperimentalne fizike od gore spomenutog mjeriteljstva pa do astromomije[11]. No, u novije vrijeme počinju se upotrebljavati u području hladnih atoma[8].

Frekventni češalj je femtosekundni laser. Izlaz tipičnog femtosekundnog lasera sa spregnutim modovima čini niz femtosekundnih pulseva međusobno vremenski razmaknutih za T_R , slika 4.



Slika 4. Vremenska i spektralna karakteristika femtosekundnog laserskog češlja. Slika je preuzeta iz [14]

Pojava niza pulseva na izlazu iz lasera direktna je posljedica principa rada samog lasera. Fazni pomak Φ_R posljedica je propagiranja ovojnice električnog polja i vala nosioca pulsa različitim brzinama u disperzivnom mediju indeksa loma ovisnom o frekvenciji. Fourierov transformat električnog polja u vremenskoj domeni daje frekventni spektar niza pulseva. Takav se spektar naziva optički frekventni češalj.

Niz ultrakratkih pulseva s periodom repeticije T_R čini mnoštvo uskih spektralnih linija frekvencija

$$f_n = nf_R + f_0 \tag{7}$$

gdje je $f_R=1/T_R$ frekvencija repeticije pulseva, odnosno razmak između spektralnih linija frekventnog češlja, a $f_0=\Phi_R/(2\pi T_R)$ frekvencija pomaka.

2.3 Atom rubidija

Rubidij je alkalijski metal elektronske konfiguracije $[Kr]5s^1$. Poznata su 24 izotopa atoma rubidija, dok se u prirodi pojavljuju ⁸⁵Rb i ⁸⁷Rb. U eksperimentalnim uvjetima rubidij se drži u kivetama cilindričnog oblika.



Slika 5. Energijski dijagram atoma ⁸⁷Rb. Označeni su energijski prijelazi koji se koriste za hlađenje i naseljavanje.

Fina struktura rezultat je međudjelovanja ukupnog elektronskog angularnog momenta \vec{J} i spinskog angularnog momenta jezgre \vec{I} . Ukupan angularan moment atoma je onda $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$.

Kako foton ima jediničnu vrijednost angularnog momenta, mogući su samo oni električni dipolni prijelazi za koje je $\Delta F = 0, \pm 1$.

Za lasersko hlađenje ⁸⁷Rb koristi se prijelaz $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 3\rangle$. To znači da se prilikom emisije fotona atom relaksira samo na stanje $|5S_{1/2}; F = 2\rangle$. No, kako je za hlađenje potrebno frekvenciju lasera ugoditi na nižu frekvenciju u odnosu na spomenutu frekvenciju prijelaza postojat će neznatno pobuđenje u stanje $|5S_{3/2}; F' = 2\rangle$.Spontanom emisijom fotona iz stanja $|5S_{3/2}; F' = 2\rangle$ atom prelazi u stanje $|5S_{1/2}; F = 2\rangle$ ili $|5S_{1/2}; F = 1\rangle$. Prelaskom u stanje $|5S_{1/2}; F = 1\rangle$ atom izlazi iz ciklusa hlađenja, stoga je potreban laser za naseljavanje koji vraća atome natrag u ciklus.

3 Eksperimentalni postav

Početna točka za hlađenje atoma frekventnim češljem je uspostava MOT-a kojim hladimo atome na temperaturu $T_0 = 120 \mu \text{K}$. Hladni atomi se stvaraju unutar vakuumske komore koja je spojena na ionsku pumpu. Vrijednost tlaka unutar komore je $p \approx 10^{-8}$ mbar.

Rubidij, koji se početno nalazi na sobnoj temperaturi, zagrijavamo prolaskom struje kroz dispenzer koji je ugrađen na komoru. Čelična komora zatvorena je optičkim prozorima različite veličine koji omogućuju ulazak laserskih zraka. Ispred jednog prozora postavljena je CMOS kamera kojom snimamo fluorescenciju atoma.

Oko vakuumske komore postavljena su dva para zavojnica kojima teče struja u suprotnom smjeru tj. nalaze se u anti-Helmholtzovoj konfiguraciji. Oko zavojnica ugrađeno je vodeno hlađenje. MOT je tako s tri para suprotno propagirajućih laserskih zraka složen u standardnu konfiguraciju sa zavojnicama koje kvadrupolnim magnetskim poljem stvaraju prostornu stupicu za atome. Za hlađenje i zarobljivanje atoma u MOT-u, korištena su dva poluvodička diodna lasera u konfiguraciji s vanjskim rezonatorom (eng. *External Cavity Diode Lasers*,



Slika 6. Shematski prikaz postava za hlađenje atomskog oblaka ⁸⁷Rb generiranog u MOT-u optičkim frekventnim češljem. Prikazani su: Generator drugog harmonika - SGH, F - filter, PBS - polarizacijski djelitelj zrake,, L - leća, AOM - akusto-optički modulator, $\lambda/2$ i $\lambda/4$ - polarizacijska pločica, CMOS - kamera. Preuzeto sa [13].

ECDL) centralne valne duljine oko 780 nm. Prvi laser koristi se hlađenje atoma i ugođen je na prijelaz $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 3\rangle$. Laser za hlađenje ima rezonator u tzv. Cat Eye konfiguraciji. Njegov rezonator čine polupropusno zrcalo, interferencijski filter, Cat Eye leće, rekolimacijske leće, piezoelektrični element, kolimacijske leće te laserske diode. Valna duljina ovisi o struji i temperaturi kroz diodu te kutu zakreta filtera. Zakretanjem piezoelektričnog kristala koji je smješten na polupropusno zrcalo mijenjamo duljinu rezonatora. Laser je stabiliziran polarizacijskom spektroskopijom, dok je kalibracija frekventne skale vršena saturacijskom spektroskopijom.

Drugi laser tj. laser za naseljavanje ugođen je na prijela
z $\left|5S_{1/2};F=1\right\rangle \rightarrow \left|5P_{3/2};F'=2\right\rangle$ te služi za vraćanje atoma ispalih iz ciklusa hlađenja.

Rezonator lasera za naseljavanje postavljen je u Littrow konfiguraciji, koja se sastoji od laserske diode, kolimacijske leće te difrakcijske rešetke. Littrow konfiguracija prikazana je na slici 7. Difrakcijska rešetka vraća prvi red difrakcije natrag u lasersku diodu dok se nulti red koristi za eksperiment. Laser za naseljavanje frekventno je stabiliziran pomoću saturacijske spektroskopije. Valna duljina lasera za naseljavanje namješta se slično kao i kod lasera za hlađenje.

Prednost CatEye konfiguracije u odnosu na Lit-



Slika 7. Shematski prikaz rezonatora u Littrow konfiguraciji. Preuzeto sa [15]

trow je manja osjetljivost na mehaničke i akustičke vibracije iz čega slijedi da laser za hlađenje ima veću frekventnu stabilnost od lasera za naseljavanje.

Frekventni češalj koji se koristi u eksperimentu je femtosekundni laser izgrađen od optičkog vlakna dopiranog erbijevim ionima. Femtosekundni laser stvara pulseve frekvencije repeticije $f_{rep} = 80.5$ MHz, izlazne snage oko 230 mW na centralnoj valnoj duljini od 1560 nm. Prolaskom pulseva valne duljine 1560 nm kroz jedinicu za udvostručavanje frekvencije (*eng. Second Harmonic Generation* SHG) generiramo pulseve centralne valne duljine oko 780 nm. Spektar frekventnog češlja je imao oko 10⁵ spektralnih linija, ukupnu snagu od 65 mW i valnu duljinu centriranu na 780 nm.

4 Rezultati

Za stvaranje atomskog oblaka u MOT-u, korištena je zraka za hlađenje snage P = 15mW te zraka za naseljavanje snage P = 3.8mW.

Prije uspostave hlađenja laserskim češljem određena je temperatura oblaka u MOT-u te je iznosila oko $T \approx 120 \mu$ K. Atomi ohlađeni u MOT-u čine početnu točku za istraživanje hlađenja s FC-om. Hlađenje FC-om vršeno je po sljedećoj proceduri, slika 8.

Gasimo zrake za hlađenje, tj. CW MOT laser te palimo suprotno propagirajuće zrake femtosekundnog lasera. Nakon vremena t_{fs} gasimo femtosekundne zrake i zrake za naseljavanje. Sustav ostavljamo da slobodno ekspandira, nakon vremena t palimo CW zraku za hlađenje te kamerom snimamo fluorescenciju oblaka. Postupak ponavljamo za različita vremena ekspanzije t. Opisanu tehniku mjerenja temperature nazivamo tehnika vremena proleta (eng. *Time* of *Flight*, TOF).



Slika 8. Eksperimentalni protokol koji se koristio prilikom snimanja oblaka [13].

Ako na oblak ne djelujemo silom lasera, na njega djeluje samo sila teža. Atomi pod njenim utjecajem počinju padati, a u ravnini okomitoj na silu težu vrše pravocrtno gibanje, odnosno oblak se jednoliko širi. Ohlađen oblak ima karakteristike klasičnog plina. Brzina atoma u plinu opisan je Maxwell-Boltzmannovu raspodjelom

$$P(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T_x}\right)^2 e^{-\frac{mv_x^2}{2k_B T_x}}.$$
 (8)

Integriranjem ukupne distribucije oblaka po prostoru dobivamo izraz koji nam daje ovisnost polumjera σ_x u vremenu[16]

$$\sigma_x(t) = \sqrt{\sigma_0^2 + \frac{k_B T}{m} t^2} \tag{9}$$

gdje je σ_0 početni radijus atomskog oblaka.

CMOS kamerom snimamo 2D slike koje nam daju informaciju o gustoći atoma u oblaku. Pomoću Gaussove prilagodbe

$$P(x,z) = \Lambda \exp\left(-\frac{(x_0 - x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(z_0 - z)^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (10)$$

određen je položaj centra mase (x_0, z_0) i radijus oblaka (σ_x, σ_z) . Postupak ponavljamo za različite trenutke ekspanzije te dobivamo $\sigma_x^2 - t^2$ ovisnost. Linearnom prilagodbom $\sigma_x^2(t) = At^2 + B$ iz koeficijenta smjera pravca A određujemo temperaturu

$$T_x = A \frac{m}{k_B}.$$
 (11)

Vrijeme međudjelovanja atoma s femtosekundnim laserskim zrakama je $t_f = 3$ ms, dok je fluorescencija oblaka snimljena u vremenima ekspanzije t = 8 - 12ms u koracima od 1 ms.

Mjerenja vršena za konfiguraciju suprotno propagirajućih femtosekundnih laserskih zraka prikazana su na slici 9. Dobivena je minimalna temperatura $T_{x,min} = (72 \pm 4) \ \mu \text{K}.$

Najniža očitana temperatura u lin \perp lin konfiguraciji postiže se za frekvenciju n-tog moda FC pomaknutu u crveno u odnosu na prijelaz $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow$ $|5P_{3/2}; F' = 3\rangle$. Maksimalna temperatura je opažena za frekvenciju n-tog moda FC koja se nalazi u plavom u odnosu na prijelaz $\Delta f_n \approx 15MHz$, tako ugođen laser daje silu koja dodatno akcelerira atome te uzrokuje grijanje oblaka.

Druga eksperimentalna konfiguracija sastoji se od $\sigma^+ - \sigma^+$ suprotno propagirajućih femtosekundnih zraka. Rezultati su prikazani na slici 11.



Slika 9. Fluorescencija atomskog oblaka. Grafovi gore/desno prikazuju presjeke intenziteta fluorescencije po osima x i z, crvenom bojom prikazana Gaussova prilagodba [13].



Slika 11. Ovisnost temperature atoma ${}^{87}Rb$ o pomaku frekvencije n-tog moda FC u slučaju $\sigma^+ - \sigma^+$ konfiguracije zraka [13]

Minimalna temperatura dobivena ovom konfiguracijom laserskih zraka iznosi $T_{x,min} = (66 \pm 3)\mu K$ te je približno jednaka temperaturi dobivenoj za lin \perp lin konfiguraciju. Osim standardnog hlađenja na prijelazu $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow$ $|5P_{3/2}; F' = 3\rangle$ uočeno je i hlađenje na prijelazu $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 2\rangle$. Prijelaz $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 2\rangle$ je otvoren optički prijelaz te hlađenjem atomi bježe iz ciklusa čime je



Slika 10. Ovisnost temperature atoma ${}^{87}Rb$ o pomaku frekvencije n-tog moda FC-a [13].

proces manje efikasan od prijelaza $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 3\rangle$ koji je zatvoren. Postignute temperature hlađenja nalaze se u sub-Dopplerovom području te je time pokazana mogućnost hlađenja atoma optičkim frekventnim češljem jednofotonskom pobudom.

5 Zaključak

Istraženo je hlađenje atoma ⁸⁷Rb optičkim frekventnim češljem za dvije različite konfiguracije polarizacija suprotno propagirajućih zraka frekventnog češlja. Mjerenjem smo pokazali da pri hlađenju oblaka, početne temperature $T_0 \approx 120\mu$ K, dobivamo približno iste temperature hlađenja za obje konfiguracije. Opažene su sub-Dopplerove temperature koje su posljedica složenog sub-Dopplerovog mehanizma temeljenog na realnoj energijskoj strukturi atoma koja se sastoji od nekoliko nivoa u osnovnom i pobuđenom stanju, optičkom pumpanju te pomaku energijskog nivoa zbog interakcije s električnim poljem lasera, eng. *light shift*.

Ovim je radom potvrđeno da se FC može koristi za hlađenje atoma.

Zahvala

Ovaj seminar izrađen je u Laboratoriju za hladne atome na Institutu za fiziku. Zahvaljujem mentorici dr. Ticijani Ban i ostalim članovima grupe za hladne atome za pomoć pri izradi seminara.

Literatura

- E. L. Raab, M. P. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. E. Pritchard, Trapping o Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure. Phy. Rev. Lett. 59, 23 (1987).
- [2] A. Peters, K. Chung, S. Chu, Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms, Nature 400, 849-851(1999).
- [3] E. A. Cornell, C. E. Wieman, Bose-Einstein condensation in a dilute gas: the first 70 years and some recent experiments (Nobel Lecture), 73-96 (2002).
- [4] M. Chalony, A. Kastberg, B. Klappauf, and D. Wilkovski, Doppler Cooling to the Quantum Limit, Phy. Rev. Lett. 107, 24-31 (2011).
- [5] A. Fiorwtti, D. Comparat, O. Dulieu, F. Masnou-Seeuws, P. Pillet, Formation of cold Cs-2 molecules through photoassociation, Phy. Rew. Lett. 80, 4402-4405 (1998).
- [6] N. Hinkley, J. A. Sherman, N. B. Phillips, M. Schioppo, N. D. Lemke, K. Beloy, M. Pizzocaro, C. W. Oates, A. D. Ludlow, An Atomic Clock with 10⁻¹⁸ Instability, Science 341, 1215-1218 (2013).
- [7] H. Metcalf and P. van der Straten, Laser Cooling and Trapping, Springer, New York (1999).

- [8] A. M. Jayich, X. Long, and W. C Campbell, Direct Frequency Comb Laser Cooling and Trapping, Phys. Rev. X 6, 041004 (2016).
- [9] D. J. Rodriguez, A. Ozawa, T. W. Hänsch, T. Udem, Doppler Cooling Trapped Ions with a UV Frequency Comb, Phy. Rew. Lett. 116,043002 (2016).
- [10] C. J. Foot, Atomic physics, Oxford Master Series in Atomic, Optical and Laser Physics, Oxford (2009).
- [11] M. T. Murphy, R. Locke, P.S. Light, A. Luiten (2), J. S. Lawrence, Laser frequency comb techniques for precise astronomical spectroscopy, Instrumentation and Methods for Astrophysics (2012).
- [12] N. Šantić, Lasersko hlađenje atoma, Diplomski rad, PMF, Sveučilište u Zagrebu (2012).
- [13] A. Cipriš, Optičko hlađenje atoma frekventnim češljem, Diplomski rad, PMF, Sveučilište u Zagrebu (2017).
- [14] N. Vujičić, Utjecaj magneto-optičkih efekata na rezonantne linije rubidijevih atoma, Doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu (2011).
- [15] S.D. Saiba, M. Junker, L.D. Turner and R.E. Scholten, Mode stability od external cavity diode lasers; Appl. Opt. 48 (2009).
- [16] I. Yavin, M. Weel, A. Andreyunk, A. Kumarakrishnan, A Calculation of the Time-of-Flight Distribution of Trapped Atoms, Am. J. Phys. Vol., (2002).