

Opažanje polarizacija gama zračenja

Ana-Marija Kožuljević

Mentor: izv. prof. Mihael Makek
Fizički odsjek, PMF, Bijenička c.32, 10000 Zagreb
21. siječnja 2019.

U ovom radu testiramo mogućnost da se mjerenje polarizacije zračenja, kao i snimanje slika zračenja, može koristiti detektor koji radi na principu komptonske kamere. Podaci su prikupljeni pomoću sustava scintilacijskih LFS detektora koincidenijskim mjerenjima, dok je kao izvor zračenja korišten ^{22}Na . Analiza rezultata se obavila pomoću programskog paketa ROOT. Za rekonstrukciju slike koristila se geometrijska *back-projection* metoda.

UVOD

Prilikom prolaska kroz materiju, gama zračenje može s njom interagirati na 3 glavna načina: fotoelektričnim efektom, komptonskom raspršenjem i tvorbom parova. Udarni presjek ove vrste zračenja je jako mali u usporedbi sa interakcijama nabijenih čestica u prolasku kroz materiju, dok intenzitet zrake eksponencijalno slabi s debljinom materijala:

$$I_x = I_0 e^{-\mu x},$$

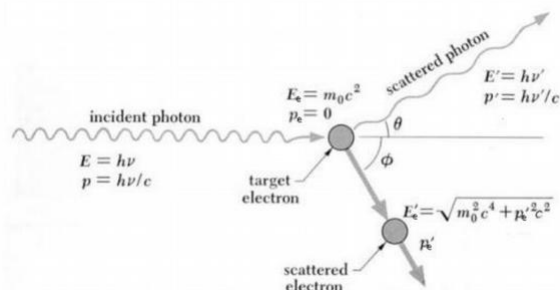
gdje je I_0 početni intenzitet, x debljina materijala, a μ linearni koeficijent slabljenja (u cm^{-1}). Linearni koeficijent slabljenja μ ovisi o energiji gama zraka, atomskom broju Z i gustoći materijala ρ . Pošto to znači da gama zrake nemaju definiran doseg u materijalu, da bi zaustavili gama zraku, potreban nam je materijal koji će imati veliki atomski broj Z i veliku gustoću. Scintilacijski detektori su napravljeni od upravo takvih materijala. Danas postoji velik broj različitih scintilacijskih materijala, a za efikasan scintilacijski detektor potrebno je da scintilator ima visoku efikasnost konverzije energije pubuđenja u fluorescentno zračenje, da bude transparentan na vlastito fluorescentno zračenje, da je emisija svjetla u suglasju spektralnim odgovorom fotomultiplikatora, i da reemisij-ski puls ima kratko vrijeme raspada.[6] U ovom eksperimentu se koriste LFS (*Lutetium Fine Silicate*) anorganski scintilacijski kristali. Energijska rezolucija $\frac{\Delta E}{E}$ ovih kristala izmjerena na 511 keV iznosi 12%. Njihova glavna svojstva nalaze se u Tablici I.

LFS karakteristike	
gustoća [gcm^{-3}]	7.35
efektivni Z	64
duljina atenuacije [cm]	1.15
vrijeme deekscitacije [ns]	<33

Tablica I: Karakteristike LFS scintilacijskih kristala.
Preuzeto iz [1].

Komptonsko raspršenje i Klein-Nishina formula

Raspršenje fotona na slobodnom elektronu zovemo komptonskim raspršenjem, pri kojem foton prenese dio svoje energije na elektron, prikazano na Slici 1.



Slika 1: Komptonsko raspršenje. Preuzeto iz [2].

Prilikom procesa vrijede zakoni očuvanja energije (1) i količine gibanja (2) fotona i elektrona prije i poslije sudara:

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + E'_e, \quad (1)$$

$$p_e'^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos\theta. \quad (2)$$

gdje je $E'_e = \sqrt{(m_e c^2)^2 + (p'_e c)^2}$ energija elektrona nakon sudara.

Uvrštavanjem jednadžbe (2) u jednadžbu (1) dobiva se veza između kuta raspršenja θ i energije raspršenog fotona:

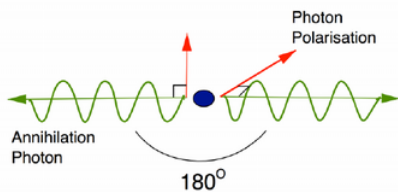
$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}, \quad (3)$$

odnosno,

$$k' = \frac{k_0 \cdot \mu}{\mu + k_0(1 - \cos\theta)}, \quad (4)$$

gdje je $\mu = mc^2$, a k_0 i k' iznos valnih vektora upadnog i raspršenog fotona.[8]

Fotoni koji nastaju pozitronskom anihilacijom, kao oni koje detektiramo u našem eksperimentu, imaju korelirane polarizacije (Slika 2).



Slika 2: Polarizacija fotona nastalih pozitronskom anihilacijom Preuzeto iz [2].

Klein-Nishina formula (4) nam daje udarni presjek za komptonsko raspršenje sukladno sa kvantnom elektrodinamikom.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 \left(\frac{k'}{k_0} \right)^2 \left(\frac{k_0}{k'} + \frac{k'}{k_0} - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \right) \quad (5)$$

Gama zraka će najvjerojatnije biti komptonski raspršena pod azimutalnim kutem ϕ okomito na polarizacijski vektor, što znači da polarizacija može biti korelirana sa ϕ . Eksperimentalni postavi za mjerenje polarizacije su detektori u dva sloja (opisani u sljedećem poglavlju), koji su skupi i kompleksni, pa se treba istražiti mogućnost detektora u jednom sloju. [7]

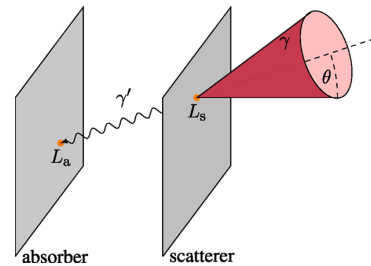
Komptonska kamera

Komptonske kamere koriste kinematiku komptonskog raspršenja za konstrukciju slike izvora bez potrebe za kolimatorima ili maskama. Prednosti komptonskih kamera su širina vidnog polja, potisnuće pozadinskog šuma i mogućnost snimanja visokoenergijskih gama zraka, što je otvorilo mogućnost njihovog korištenja u širokom spektru područja, npr. za izradu komptonskih teleskopa za gama astronomiju, medicinsko i industrijsko oslikavanje, te za detekciju radioaktivnog zračenja iz okoliša.

Klasične komptonske kamere u upotrebi se sastoje od dva sloja detektora, gdje svaki sloj daje informaciju o energiji koja je predana interakcijom s gama zrakom i o poziciji na kojoj se dogodila interakcija. Shema uređaja je na Slici 3.

Upadna gama zraka se komptonski rasprši na prvom detektoru pod kutem θ , te preda energiju E_1 . Potom se zabija u detektor u drugom sloju gdje se zaustavi, predajući energiju E_2 . Pozicije dvije interakcije definiraju vektor duž pravca raspršene gama zrake. Ako se pretpostavi da se gama zraka raspršila samo jednom i potpuno se zaustavila u drugom detektoru, onda je energija ulazne gama zrake

$$E_0 = E_1 + E_2. \quad (6)$$



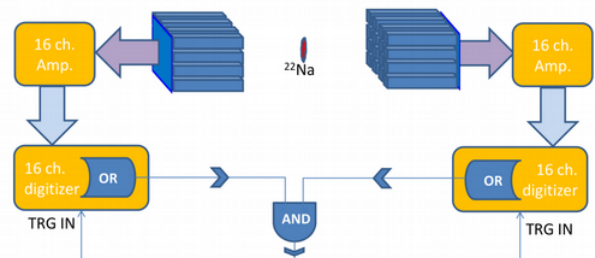
Slika 3: Komptonska kamera s dva sloja detektora. Preuzeto iz [3].

Pravac iz kojeg je dosla upadna gama zraka se nalazi na stošcu čija os simetrije je pravac raspršene gama zrake, što se može vidjeti na Slici 3. Veliki broj raspršenja daje veliki broj stožaca, čiji presjek onda pokazuje lokaciju izvora.

U ovom seminaru provjeravamo može li se primjenom samo jednog detektora (odnosno, komptonske kamere u jednom sloju) dobiti zaključci koje nudi komptonska kamera u dva sloja.

EKSPERIMENTALNI POSTAV I METODE

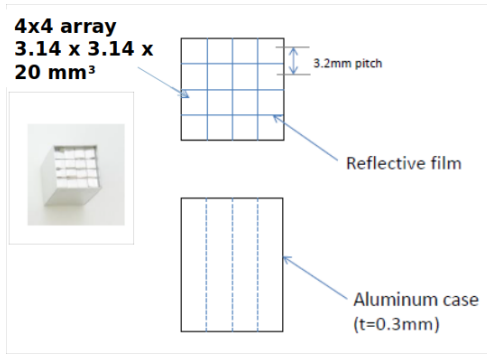
Eksperimentalni postav se sastoji od dva detektora, pojačivača, digitalizatora i izvora, što možemo vidjeti na Slici 4. Detektori su postavljeni jedan nasuprot drugom, a između njih, na 4 cm udaljenosti od površine detektora, postavljen je izvor.



Slika 4: Eksperimentalni postav. Preuzeto iz [5].

Svaki detektor se sastoji od 16 štapićastih scintilacijskih detektora postavljenih u matricu 4x4, napravljenih od LFS kristala kakve vidimo na Slici 5, duljine 20 mm, a širine i dužine 3.14 mm, na koje je spojen fotomultiplikator. Svaki piksel detektora je omotan u reflektivni film, a oko cijelog sustava stavljen je aluminijski oklop.[5]

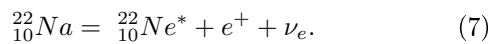
LFS u svom sastavu sadrži lutecij-176, radioaktivni izotop koji na sobnoj temperaturi β -raspadom emitira fotone energije $\sim 200 - 300$ keV, što znači da u mjerenjima postoji pozadinski šum. Takvo pozadinsko zračenje se eliminira metodom koincidencejskog mjerenja, u kojoj se kao relevantni događaji pri analizi uzimaju oni koji su pobudili oba detektora istovremeno. Fotomultiplikator pretvara svjetlosni impuls iz scintilacijskih detektora u elek-



Slika 5: Geometrija detektora korištenih u eksperimentu. Preuzeto iz [7].

trični. Korišten je *Multipixel Photon Counter* (MPPC) na svakom od kristalnih piksela. Na svaki MPPC je priključen pojačivač, koji ima rekonstruiranu sliku izvora. 16 kanala spojen na digitalizator tako da od svakog piksela dobijamo zasebnu informaciju o energiji i vremenu okidanja.

Izvor koji smo koristili je natrij-22, izotop koji β -raspadom

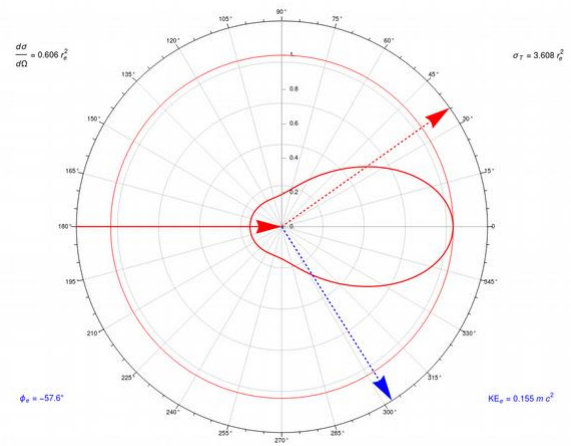


emitira pozitron, a koji anihilacijom s elektronom u materijalu stvara dva fotona energije 511 keV. Ti fotoni se raspršuju u detektoru što on zabilježava kao događaj, koji u sebi nosi informaciju o energiji fotona i vremenu raspršenja u pojedinom pikselu. Ti događaji se spremaju za analizu u programskom paketu ROOT.

Rubne vrijednosti energija Comptonskih događaja

Rubne energije i kuteve Comptonskih raspršenja koji su detektirani smo odredili iz geometrije detektora i energije upadne gama zrake, koja iznosi 511 keV. Pretpostavili smo da se upadni foton Comptonski raspršuje na elektronu koji se nalazi blizu površine detektora, jer zbog atenuacije zrake vjerojatnost interakcije na većoj dubini eksponencijalno opada. Izračunate su vrijednosti energija elektrona s obzirom na kuteve raspršenja preko Klein-Nishinove formule uz pomoć Wolfram Alpha CDF playera. Udarni presjek raspršenja za energiju upadnog fotona 511 keV upućuje na malu vjerojatnost da se raspršeni foton odbija pod kutem većim od 90° , što se može vidjeti na Slici 6. Zato smo se u našim razmatranjima ograničili na raspršenja u kojima se foton raspršuje "prema naprijed".

Za potrebe računa pretpostavili smo da se raspršenje događa na 1.5 mm od površine piksela, dok se raspršeni foton zaustavlja na kraju drugog piksela, na dubini od 18.5 mm. Računali smo pomoću Pitagorinog poučka kuteve koji će biti dostupni za svaku pojedinu kombinaciju



Slika 6: Udarni presjek za energiju upadnog fotona od 511 keV naznačen je punom crvenom crtom. Primjećuje se manji radijus za raspršenja iznad 90° . Ostali podaci predstavljaju kut pod kojim se raspršio elektron (plava boja) i raspršenog fotona (isprekidana crvena crta), te vrijednosti diferencijalnog udarnog presjeka (gore lijevo), udarnog presjeka (gore desno) i energije preduvanu elektronu (dolje desno). Slika dobivena pomoću Wolfram CDF Player-a

piksela, te pomoću njih izračunali energiju koju upadna zraka preda elektronu u prvom pikselu i energiju koju raspršeni foton ostavlja u drugom pikselu detektora. Iz rezolucije LSF kristala, dobili smo gornje i donje granice za energije komptonskih raspršenja u detektoru, a sve rezultati se nalaze u tablici ispod. Zbog simetrije detektora, imamo 9 vrijednosti koje se ponavljaju za sve kombinacije piksela.

θ [rad]	E_e [keV]	E_2 [keV]
0.175	8 ± 3	503 ± 26
0.242	14 ± 4	497 ± 26
0.339	28 ± 6	483 ± 25
0.375	33 ± 7	478 ± 25
0.463	49 ± 8	462 ± 25
0.487	14 ± 4	503 ± 26
0.51	58 ± 9	453 ± 25
0.565	69 ± 10	442 ± 24
0.642	85 ± 11	426 ± 24

Tablica II: Izračunate granične vrijednosti energija za kuteve dobivene iz geometrije detektora.

Dobivene vrijednosti energija iskoristit ćemo pri analizi rezultata pomoću programskog paketa ROOT.

ANALIZA I DISKUSIJA REZULTATA

Pomoću programskog paketa ROOT analizirali smo mjerenja dobivena pomoću ovog eksperimentalnog pos-

tava. Podaci nad kojim smo radili analizu su prethodno kalibrirani. Na energijskim spektrima smo napravili rezove koji su odgovarali pojedinim kombinacijama piksela u detektoru. Pri analizi u obzir nisu uzete kombinacije prvih i drugih susjeda u matrici piksela, što su prve tri vrijednosti u Tablici II. U tim vrijednostima možemo vidjeti kako su energije koje je predao upadni foton u prvom pikselu (E_e) jako male, te su ti događaji zasjenjeni velikim šumom. Najniža energija na kojoj je napravljen rez je 30 keV, zbog toga što ispod te vrijednosti naglo raste broj detektiranih događaja zbog šuma. Najviša energija na kojoj je napravljen rez je 480 keV, jer je iznad te granice nagli porast broja događaja jer se bližimo fotovrhu na 511 keV. Dakle, pokušali smo se što bolje ograničiti na komptonovske energije u spektru. Ukupan broj događaja u oba detektora koji odgovaraju našim uvjetima je 12 275. Na Slici 9 i 12 su pokazani primjeri načinjenih rezova i dobivenih rezultata, dok su na Slikama 7, 8, 10 i 11 prikazani puni spektri energija u pikselima 23, 25, 7 i 8. Primjećujemo porast šuma prema nižim energijama, kao i fotovrhove na otprilike 511 keV.

Ovakva analiza je napravljena za sve kombinacije piksela detektora koji odgovaraju nametnutim granicama iz Tablice I, a kojih je ukupno 32. Vidimo kako za mali kut je puno veće odstupanje od zbroja energija koje bi trebale imati srednju vrijednost 511 keV, ali ne previše da bi zanemarili ovakve procese.

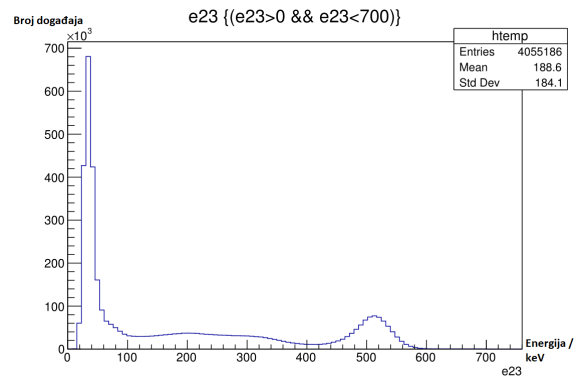
Rekonstrukcija slike izvora

Rekonstrukciju slike izvora napravili smo pomoću geometrijskog *back-projection* algoritma. *Back-projection* algoritam rekonstruira jedan komptonski događaj projekcijom na ravninu ili volumen. U našem radu smo stošce dobivene iz događaja koji rekonstruiramo projicirali na ravninu tako da smo tražili presjek stošca i ravnine pomoću skalarnog produkta. Ako pretpostavimo da se upadni foton rasprišio u točki $P_1(x_1, y_1, z_1)$, a rasprišeni zaustavio u točki $P_2(x_2, y_2, z_2)$, stožac događaja se može konstruirati iz točke P_1 pošto znamo kut θ pod kojim se stožac otvara za svaku kombinaciju piksela koji se nalaze u točkama P_1 i P_2 . Ako je \vec{V}_{21} vektor od točke P_2 do P_1 , na njegovom pravcu bit će os stošca. Vektor \vec{r} je povučen od P_1 do ravnine izvora u točki (x_0, y_0, z_0) duž tog pravca, a vektor \vec{R} predstavlja vektor od P_1 do mjesta gdje se plašt konusa sječe s ravinom izvora u točki (x, y, z) . [4] Na Slici 13 se može vidjeti geometrijska skica problema.

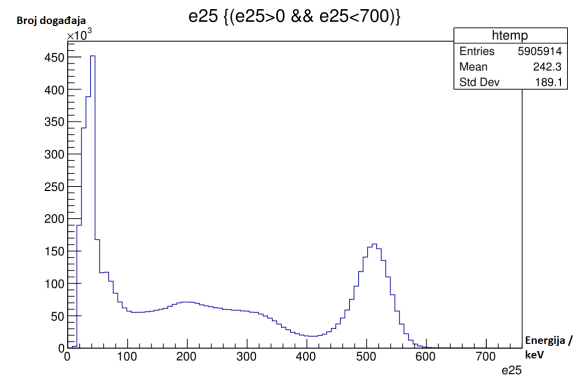
Iz geometrije problema mogu se odrediti koordinate točke (x_0, y_0, z_0) :

$$x_0 - x_1 = \frac{x_1 - x_2}{z_1 - z_2} \Delta z$$

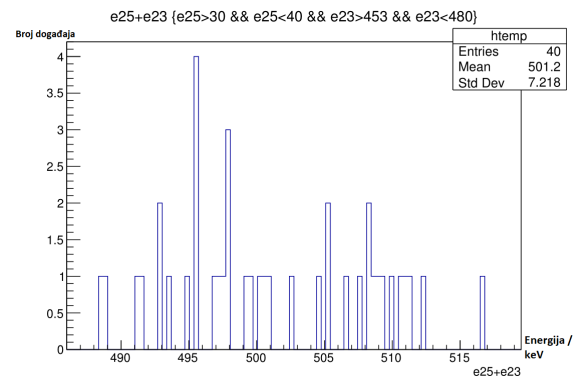
$$y_0 - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{z_1 - z_2} \Delta z$$



Slika 7: Energijski spektar piksela 23.



Slika 8: Energijski spektar piksela 25.



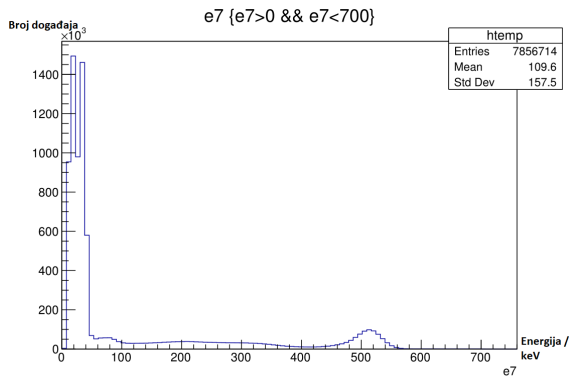
Slika 9: Energijski spektar dobiven rezanjem prema Tablici II. Ovo je rezultat za rasprišenje pod kutem od 0.375 radijana. Broj događaja koji odgovaraju ovom rezu je 40.

$$z_0 - z_1 = \Delta z$$

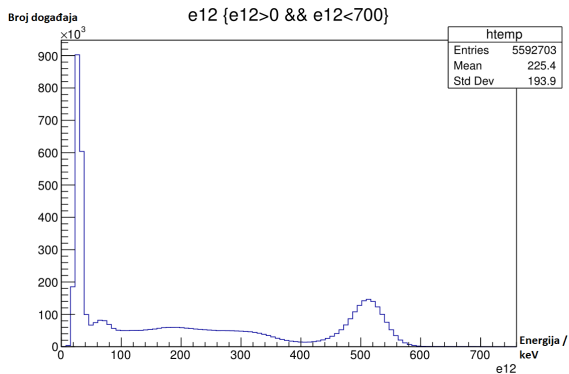
Presjek konusa s ravinom slike nalazimo pomoću skalarnog produkta vektora \vec{r} i \vec{R} ,

$$\vec{r} \cdot \vec{R} = |\vec{r}| |\vec{R}| \cos \theta$$

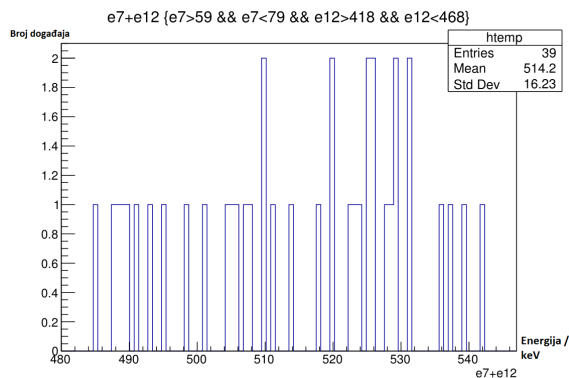
koji kad kvadriramo dobijemo:



Slika 10: Energijski spektar piksela 7.



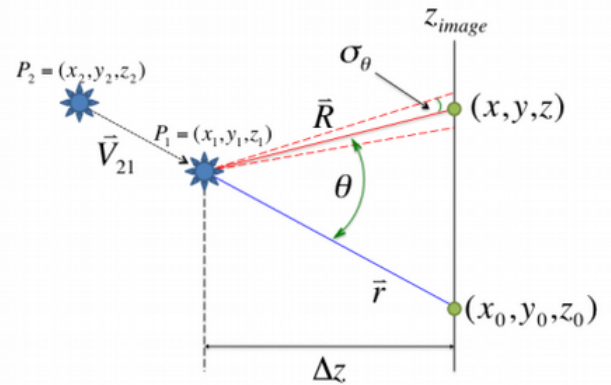
Slika 11: Energijski spektar piksela 12.



Slika 12: Energijski spektar dobiven rezanjem prema Tablici II. Ovo je rezultat za raspršenje pod kutem od 0.566 radijana. Broj događaja koji odgovaraju ovom rezu je 39.

$$(\vec{r} \cdot \vec{R})^2 - r^2 R^2 \cos^2 \theta = 0. \quad (8)$$

Kako je z_0 točka na ravnini slike, z će biti jednako z_0 pošto se nalaze u istoj ravnini, što se može vidjeti sa Slike 13. Preostale vrijednosti koordinata x i y mogu se odrediti parametarski, tako da jednadžbu (6) preoblikujemo u polinom drugog reda u x , te riješimo kvadratnu jednadžbu ([4]):

Slika 13: Skica *back-projection* algoritma za rekonstrukciju događaja. Preuzeto iz [4].

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (9)$$

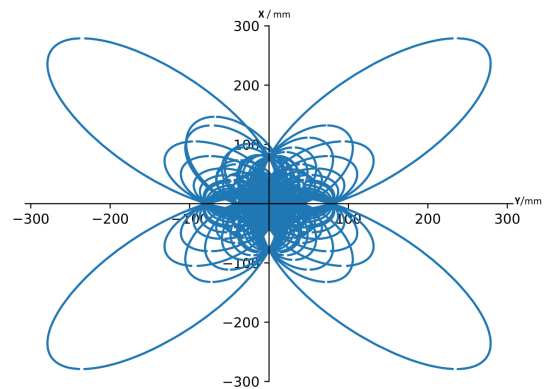
sa sljedećim koeficijentima dobivenim iz (6):

$$a = x_0^2 - r^2 \cos^2 \theta \quad (10)$$

$$b = 2(x_0 y_0 y + x_0 z^2) \quad (11)$$

$$c = y_0^2 y^2 + 2y_0 y z^2 + z^4 - r^2 (y^2 + z^2) \cos^2 \theta. \quad (12)$$

Koristeći biblioteku *SymPy* i funkciju *plot_parametric*, ovaj algoritam dao je rekonstrukciju slike na Slici 14.



Slika 14: Presjek konusa svih događaja.

Ishodište koordinatnog sustava u našem slučaju je postavljeno u sredinu površine detektora, tako da je z -os

okomita na površinu detektora. Udaljenost od površine detektora do izvora Δz je 4 cm. Iz Slike 14 vidimo kako je najgušći presjek konusa upravo oko ishodišta xy ravnine u kojoj se nalazi naš izvor.

ZAKLJUČAK

Komptonske kamere nisu nova tehnologija, ali sa razvojem elektronike i novih materijala moguće je optimizirati veličinu i cijenu klasičnih komptonskih kamera u dva sloja. U ovom seminaru se razmatrala mogućnost snimanja slika izvora zračenja pomoću jednog detektora, što bi pojeftinilo i pojednostavilo mjerenja polarizacije,

kao i snimanja izvora zračenja. Iz dobivene slike očito je kako za ovakav mjerni instrument postoji potencijal da zamijeni detektore u dva sloja, pošto je rezultat na Slici 8 pokazao kako se iz događaja izmjerenih pomoću ovakvog postava može rekonstruirati izvor. To znači da se također treba detaljnije ispitati mogućnost razvoja jednoslojnih komptonskih kamera. Ukoliko se upotrijebe neke naprednije metode rekonstrukcije slike, npr. pomoću iterativnih algoritama, dobiveni rezultati se mogu još unaprijediti.

LITERATURA

-
- [1] LFS White Paper, <http://www.zecotek.com/media/LFSWhitePaper.pdf>;
 - [2] <http://universe-review.ca/I15-72-Compton1.jpg>;
 - [3] https://www.frontiersin.org/files/Articles/170445/fonc-06-00080-HTML-r2/image_m/fonc-06-00080-g004.jpg
 - [4] Tornga, Shawn. "A prototype Compton imager : simulations, measurements and algorithm development." (2010). http://digitalrepository.unm.edu/ne_etds/48
 - [5] Performance of scintillation pixel detectors with MPPC read-out and digital signal processing, Makek et al., Acta Physica Polonica B, Vol. 48 (2017);
 - [6] Koincidencijska mjerenja gama zraka scintilacijskim detektorima - priprema za vježbu iz praktikuma, http://www.phy.pmf.unizg.hr/makek/nukl_prakt/vjezbe/np_vjezba06.pdf;
 - [7] Compact Compton detectors in coincidence setup, Makek et al., 3rd Symposium on Positron Emission Tomography, Krakow 2018
 - [8] Pavla Šenjuga, Demonstracijski uređaj za mjerenje polarizacijskih korelacija u pozitronskoj anihilaciji, diplomski rad, PMF - Fizički odsjek, Zagreb, 2016.