51570 PRAKTIKUM IZ ELEKTRONIKE
SMJER: ISTRAŽIVAČKI STUDIJ FIZIKE

Vježba 3.

OBLIKOVANJE IMPULSA

ZADACI

1. Oblikovanje impulsa (CR krug za deriviranje i RC krug za integriranje)

a) Ostvarite pomoću kondenzatorske i otporne dekade **CR krug za deriviranje**, te na njega dovedite ulazne pravokutne impulse frekvencije $10\,\mathrm{kHz}$ i amplitude $V_{\mathrm{pp}} = 5\,\mathrm{V}$. Snimite izlazne impulse za razne vrijednosti R i C. Izaberite takve vrijednosti vremenske konstante (u odnosu na period ulaznih impulsa) da je postignut dobar i loš rad ovog sklopa. Nacrtajte ulazne i izlazne signale. Koji uvjet mora biti zadovoljen za dobar rad ovog sklopa za deriviranje? Kakva je pri tom amplituda izlaznih signala prema amplitudi ulaznih?

b) Ostvarite pomoću otporne i kondenzatorske dekade **RC krug za integriranje**, te na njega dovedite ulazne pravokutne impulse frekvencije i amplitude kao u (a). Snimite izlazne impulse za razne vrijednosti R i C. Izaberite takve vrijednosti vremenske konstante (u odnosu na period ulaznih impulsa) da je postignut dobar i loš rad ovog sklopa. Nacrtajte ulazne i izlazne signale. Koji uvjet mora biti zadovoljen za dobar rad ovog sklopa za integriranje? Kakva je pri tom amplituda izlaznih signala prema amplitudi ulaznih?

2. Filtri s pasivnim elementima

a) Pomoću kondenzatorske i otporne dekade ostvarite **niskopropusni filter** s vrijednostima $R = 2\,\mathrm{k\Omega}$ i $C = 1\,\mu\mathrm{F}$. Na ulaz filtra dovedite sinusoidalne impulse amplitude $2.5\,\mathrm{V}$. Snimite pomoću osciloskopa frekventnu karakteristiku filtra i iz dobivenih podataka odredite njegovu gornju frekvenciju. Diskutirajte rezultat.

b) Pomoću kondenzatorske i otporne dekade ostvarite **visokopropusni filter** s vrijednostima $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$ i $C = 1\,\mu\mathrm{F}$. Na ulaz filtra dovedite sinusoidalne impulse amplitude $2.5\,\mathrm{V}$. Snimite pomoću osciloskopa frekventnu karakteristiku filtra i iz dobivenih podataka odredite njegovu donju frekvenciju. Diskutirajte rezultat.

1. PROMJENA OBLIKA VALA POMOĆU LINEARNIH SKLOPOVA

U elektronskim uređajima su često potrebni i drugi oblici vala osim sinusnih, kao npr. pravokutni, pilasti i sl. Ti se oblici valova mogu dobiti ili da se pođe od nekog drugog oblika, kojemu se onda pomoću nekog sklopa sa ili bez aktivnih elemenata (tranzistori, operaciona pojačala) promijeni oblik, ili da se takav oblik vala direktno generira pomoću nekog elektroničkog uređaja. Sklopovi za promjenu oblika vala ili njegovo oblikovanje, u kojima nema aktivnih elemenata su, u principu, linearni sklopovi, sastavljeni od linearnih elemenata. Osnovno je svojstvo linearnih sklopova proporcionalnost između struje i napona u bilo kojoj grani sklopa. Ako takav sklop ima dvije ulazne i dvije izlazne stezaljke, onda će povećanje ulaznog napona prouzrokovati proporcionalno povećanje izlaznog napona. Linearni sklop ima nadalje svojstvo,da sinusni oblik vala propušta neizobličeno, no to je ujedno i jedini oblik vala, koji ima to svojstvo. Linearni sklopovi pokazuju ovisnost o frekvenciji, jer su u općem slučaju sastavljeni od otpora, kapacitivnosti i induktivnosti. Zbog te ovisnost o frekvenciji dolazi do promjene oblika bilo kojeg drugog vala osim sinusnog, jer se sklop ne ponaša jednako za sve komponente spektra, kojim se taj val može predočiti.

Frekventna karakteristika nekog linearnog sklopa pruža prvu mogućnost za određivanje utjecaja sklopa na neki val nesinunsog oblika. Budući da se svaki val, periodičnog ili neperiodičnog karaktera, dade predočiti spektrom sinusnih titraja, bilo bi u principu moguće odrediti kako sklop djeluje na pojedine komponente spektra i tako sastaviti rezultirajući val na izlaznim stezaljkama sklopa. Taj je posao olakšan činjenicom što prema višim frekvencijama spektra amplitude komponenata opadaju, pa se zbog toga promatranje može ograničiti na bitni dio spektra, konačne širine. Drugu mogućnost za analizu sklopa predstavlja rješavanje sistema diferencijalnih jednadžbi, dobivenih za sklop, ako se za pojedine elemente sklopa postave relacije (redom za otpor, zavojnicu i kondenzator):

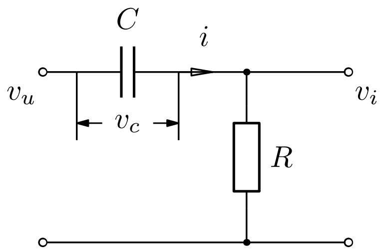
$$v_R = iR\,, \qquad v_L = L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\,, \qquad v_C = \frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t\,, \tag{1}$$

Kao metoda za rješavanje takvog sistema jednadžbi često se može iskoristiti Laplaceova transformacija, naročito ako se radi o skokovitim promjenama napona.

Rješavanjem diferencijalnih jednadžbi dobivaju se konačni izrazi za napone i struje u sklopu, pa tako i za oblik vala napona na izlaznim stezaljkama sklopa.

1.1 CR krug za deriviranje

Jedan od temeljnih linearnih krugova za promjenu oblika vala je krug sastavljen od serijski spojenog kondenzatora i paralelno spojenog otpora (sl.1). Ako se na ulazne stezaljke kruga, priključi sinusni napon promjenjljive frekvencije, s porastom frekvencije rasti će i izlazni napon zbog sve manjeg pada napona na serijski spojenom kondenzatoru. U analogiji s pojačalom i ovdje se uvodi pojam frekventne i fazne karakteristike, kao i pojam pojačanja, makar je po apsolutnoj vrijednost pojačanje uvijek manje od l, jer je krug sastavljen od pasivnih elemenata. Frekventna i fazna karakteristika, mogu se lako odrediti, jer je pojačanje



Slika 1.

A jednako

$$A = \frac{v_i}{v_u} = \frac{R}{R - j\,\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{1}{1 - j\,\dfrac{1}{\omega RC}} = \frac{1}{1 - j\,\dfrac{f_1}{f}}\,, \quad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_1/f)^2}}\,, \tag{2}$$

gdje je $f_1 = 1/2\pi RC$ frekvencija pola snage. Ovakav krug određuje ponašanje RC pojačala u području niskih frekvencija, tako da se iz djelovanja tog kruga na neki val nesinusnog oblika može djelomice zaključiti i na djelovanje RC pojačala na taj val, odnosno na dio ekvivalentnog spektra vala prema nižim frekvencijama.

Ako se na ulazne stezaljke CR kruga priključi u času $t = 0$ napon V_0 (matematski je izraz za napon na ulaznim stezaljkama jedinična funkcija pomnožena s V_0), diferencijalna jednadžba za krug za $t > 0$ će glasiti:

$$v_0 = iR + v_C = R\,\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + v_C = RC\,\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} + v_C\,. \tag{3}$$

Rješenje te diferencijalne jednadžbe je, uz početni uvjet $v_C = 0$ za $t = 0$:

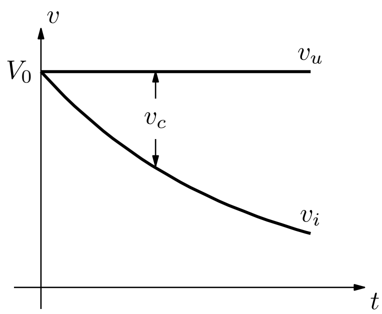
$$v_C = V_0 \left(1 - e^{-t/RC}\right) , \tag{4}$$

odnosno

$$v_i = V_0 - v_C = V_0 \, e^{-t/RC} . \tag{5}$$

U času $t = 0$ dolazi do nagle promjene napona na ulaznim stezaljkama; ta se promjena čitava prenosi na izlazne stezaljke (sl.2) jer se kondenzatoru u beskonačno kratkom intervalu, tokom kojeg dolazi do promjene na ulazu, napon može promijeniti samo za beskonačno malen iznos.

Za pravokutni impuls se može smatrati da je nastao superpozicijom dviju naglih promjena napona na ulazu, i to u čas $t = 0$ od vrijednosti 0 na vrijednost V_0, a u $t = T$ od vrijednosti V_0 na vrijednost 0. Napon na izlazu u intervalu od 0 do T opada po zakonu



Slika 2.

$$v_{i1} = V_0 \, e^{-t/RC} , \qquad 0 < t < T . \tag{6}$$

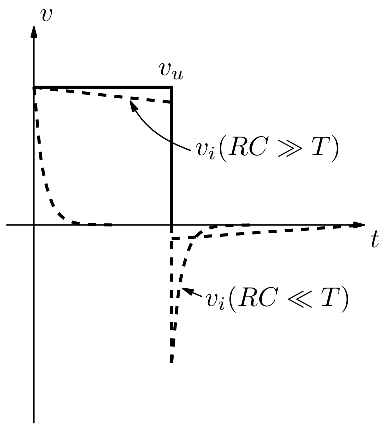
Tome se naponu u času $t = T$ superponira nagli skok za $-V_0$, koji će sa svoje strane prouzrokovati komponentu napona na izlazu

$$v_{i2} = -V_0 \, e^{-(t-T)/RC} , \qquad t > T . \tag{7}$$

Ukupni izlazni napon za $t > T$ bit će (sl.3)

$$v_i = V_0 \, e^{-(t-T)/RC} (e^{-T/RC} - 1) \tag{8}$$

Član u zagradi je negativan, pa islazni napon raste eksponencijalno prema nuli. Prolazom kroz CR krug dolazi do promjene oblika vala. Vrh impulsa je nagnut,



Slika 3.

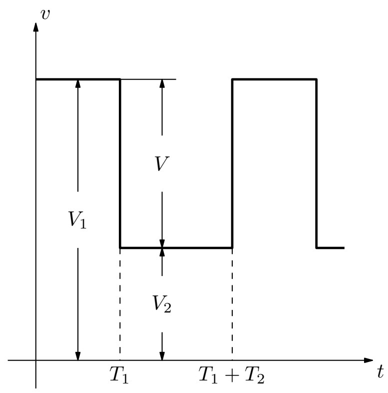
a postoji i dio ispod osi. Što je vremenska konstanta RC veća, to će vrh impulsa biti položeniji i razlika prema ulaznom impulsu će biti manja; ujedno će i dio ispod osi biti manje izražen. Uspoređujući izraz za pojačanje $A = A(f)$ izveden ranije za ovaj krug s ovim rezultatom, vidi se da bolja reprodukcija niskih frekvencija odgovara boljoj reprodukciji ravnog vrha impulsa. Površina dijela izlaznog impulsa iznad osi mora biti jednaka površini dijela ispod osi, jer se preko kondenzatora ne prenose istosmjerne komponente. Budući da je za $t \to \infty$ kondenzator u istom stanju kao i za $t < 0$, mora količina naboja (a to je jednako integralu struje), koja prođe kroz otpor, biti jednaka nuli.

Ako je vremenska konstanta RC vrlo malena u usporedbi s trajanjem impulsa T, dobit će se od svake nagle promjene napona na ulazu oštar izlazni impuls, pozitivan ili negativan već prema tome u kojom je smjeru promjena napona na ulazu (sl.3, crtkano).

Kakva će biti reprodukcija pravokutnog vala može se odrediti pomoću malo prije dobivenih rezultata. Po definiciji je pravokutni val napon kojemu se vrijednost periodički mijenja od vrijednosti V_1 na vrijednost V_2 i natrag; može biti simetričan ili nesimetričan (sl.4). Izlazni napon mora zadovoljiti tri uvjeta:

1. prosječna vrijednost mora biti jednaka nuli,

2. promjeni ulaznog napona skokom za vrijednost V u bilo kojem smjeru odgovara i promjena izlaznog vala skokom za tu istu vrijednost, jer napon na kondenzatoru ne može slijediti brze promjene,



Slika 4.

3. u intervalima između promjena napona skokom izlazni napon se eksponencijalno približava nuli

U skladu s tim uvjetima može se odrediti izraz za izlazni napon tokom prvog perioda, jer je

$$V'e^{-T_1/RC} + V'' = V\,, \qquad V''e^{-T_2/RC} + V' = V \tag{9}$$

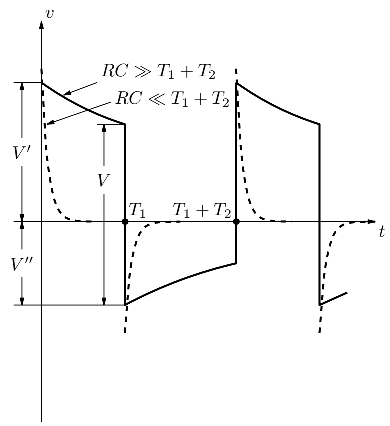
tako da je

$$v_i = V'e^{-t/RC} = V\,\frac{1 - e^{-T_2/RC}}{1 - e^{-(T_1+T_2)/RC}}e^{-t/RC}\,, \quad 0 < t < T_1 \tag{10}$$

$$v_i = -V''e^{-(t-T_1)/RC} = -V\,\frac{1 - e^{-T_1/RC}}{1 - e^{-(T_1+T_2)/RC}}e^{-(t-T_1)/RC}\,, \quad T_1 < t < T_1 + T_2 \tag{11}$$

Na sl.5 prikazan je oblik izlaznog napona za dvije vrijednosti vremenske konstante RC, jednom za $RC \gg T_1 + T_2$, drugi put za $RC \ll T_1 + T_2$. Vidi se da reprodukciju određuje međusobni odnos veličine vremenske konstante RC i perioda pravokutnog vala $T_1 + T_2$.

Pravokutni val predstavlja uvijek idealni oblik vala, kojemu se stvarno ostvarivi oblici mogu samo približiti. Vrijeme porasta, odnosno pada, napona za koje je do sada bilo pretpostavljeno da je beskonačno kratko, imat će u stvari uvijek neku konačnu vrijednost. Impuls, odnosno val s konačnim vremenom porasta i pada može se u intervalu naglih promjena dobro predočiti eksponencijalnom funkcijom;



Slika 5.

ta bi funkcija za početni dio impulsa ili vala, koji zamjenjuje promjenu skokom, bila

$$v_u = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \tag{12}$$

Rješenje diferencijalne jednadžbe za krug, u koju treba umjesto V_0 uvrstiti $v_u = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, ima sada ovaj oblik:

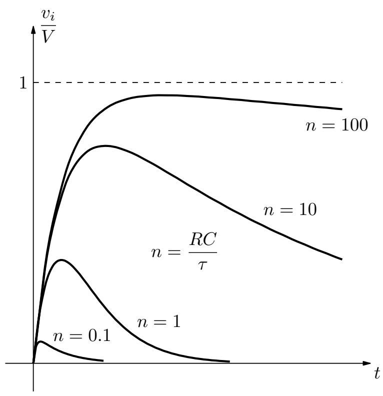
$$\begin{aligned} v_i &= V\,\frac{n}{n-1}\left(e^{-t/n\tau} - e^{-t/\tau}\right)\,, & n &= \frac{RC}{\tau} \neq 1 \\ v_i &= V\,\frac{t}{\tau}\,e^{-t/\tau}\,, & n &= \frac{RC}{\tau} = 1 \end{aligned} \tag{13}$$

Na sl.6 prikazan je oblik napona na izlazu za nekoliko vrijednosti omjera n. Za razliku od reprodukcije idealnih pravokutnih impulsa ovdje dolazi do smanjenja amplitude čim vremenska konstanta RC nije mnogo veća od konstante τ, koja određuje brzinu porasta ulaznog napona. Zorno se ova pojava može objasniti time što zbog djelovanja CR kruga dolazi do opadanja izlaznog napona prije nego što je ulazni napon praktički dosegao vrijednost V. Kada je ulazni napon pravokutni val, onda se promjene dešavaju skokom, pa se za vrijeme tih promjena ne može očitavati djelovanje CR kruga.

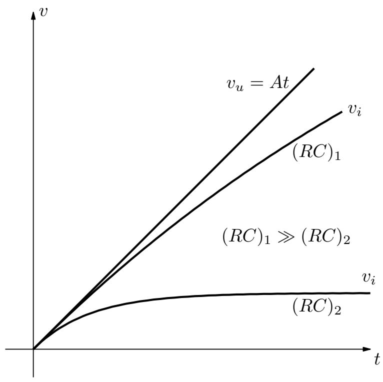
Napon vremenske baze, koji služi za pomicanje snopa elektrona jednolikom brzinom u katodnoj cijevi (u horizontalnpm smjeru), u najjednostavnijem slučaju je određen izrazom

$$v(t) = At\,, \qquad 0 \le t < T\,. \tag{14}$$

U momentu T napon naglo pada na nulu i zatim ponovno počinje rasti po



Slika 6.



Slika 7.

linearnom zakonu. Može se postaviti pitanje, kakva će biti reprodukcija ulaznog napona $v(t) = At$ krugom CR prema sl.1. Rješenje osnovne diferencijalne jednadžbe kruga, nakon uvrštavanja $v(t) = At$ glasi

$$v_i = A \times RC \left(1 - e^{-t/RC}\right) \tag{15}$$

Na sl.7 prikazani su odgovarajući oblici vala. U početnom dijelu se izlazni napon malo razlikuje od ulaznog, jer je za $t = 0$ brzina porasta i ulaznog i izlaznog napona jednaka. Kako ulazni napon raste, tako i odstupanje izlaznog napona od ulaznog postaje sve veće i za vrlo velike vrijednosti t izlazni napon konvergira prema vrijednosti $A \times RC$.

Iz ovih se razmatranja vidi da CR krug to više mijenja oblik vala što je vremenska konstanta RC manja. To ujedno znači i da će izlazni napon biti mnogo mnnji od ulaznog, ako je RC maleno. Struja u CR krugu će prema tome biti određena uglavnom kapacitivnim otporom kondenzatora

$$i \approx C \frac{\mathrm{d}v_{ul}}{\mathrm{d}t}, \tag{16}$$

a izlazni je napon

$$v_i = iR \approx RC \frac{\mathrm{d}v_{ul}}{\mathrm{d}t}, \tag{17}$$

tj. približno proporcionalan derivaciji ulaznog napona. Da bi za neki val ovaj krug djelovao kao krug za deriviranje, mora spomenuta pretpostavka ($v_i \ll v_{ul}$) biti ispunjena za sve frekvencije spektra, kojim je taj val predočen. Kako kapacitivni otpor opada s frekvencijom, mora ta pretpostavka biti ispunjena za najvišu frekvenciju, koja još dolazi u obzir, tj.

$$\frac{1}{\omega_{\max} C} \gg R\,, \quad \text{ili} \quad RC \ll \frac{1}{\omega_{\max}} = \frac{1}{2\pi f_{\max}} = \frac{T_{\min}}{2\pi}\,. \tag{18}$$

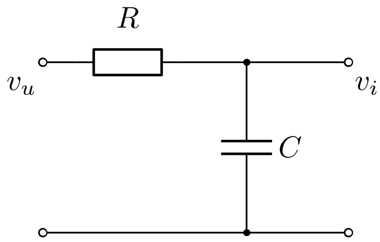
Što su promjene ulaznog vala brže to će krug slabije djelovati kao krug za deriviranje, jer bržim promjenama odgovaraju više frekvencije spektra. To naročito dolazi do izražaja kod reprodukcije pravokutnog vala, gdje se nagle promjene napona prenose direktno na izlaz ($v_i \approx v_{ul}$).

1.2 RC krug za integriranje

Zamjenom mjesta elemenata dobiva se od kruga za deriviranje krug za integriranje (sl.8), sastavljen sastavljen od serijski spojenog otpora i paralelno spojenog kondenzatora. Ako se na ulazne stezaljke kruga priključi sinusni napon promjenjive frekvencije, s porastom frekvencije opadat će izlazni napon, jer kapacitivni otpor kondenzatora postaje sve manji u usporedbi s omskim otporm R. Izraz za pojačanje kruga glasi:

$$A = \frac{v_i}{v_u} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\,\dfrac{f}{f_2}}\,, \quad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_2)^2}}\,, \tag{19}$$

gdje je $f_2 = 1/2\pi RC$ frekvencija pola snage. Ovakav krug određuje ponašanje RC pojačala u području visokih frekvencija, tako da se i iz djelovanja tog kruga na



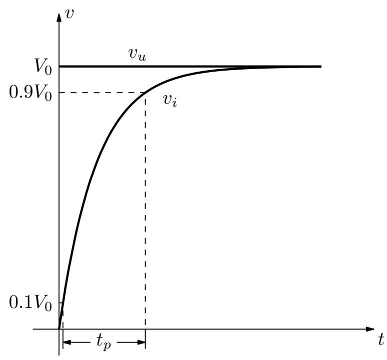
Slika 8.

neki val nesinusnog oblika može djelomično zaključiti i na djelovanje RC pojačala na taj val, odnosno na dio ekvivalentnog spektra vala prema višim frekvencijama.

Za krug za integriranje vrijedi ista diferencijalna jednadžba kao i za krug za deriviranje, samo što se sada kao rješenje traži napon na kondenzatoru v_C. Ako se u čas $t = 0$ priključi na ulazno stezaljke napon V_0 i ako je u tom času kondenzator bio nenabijen, bit će izlazni napon

$$v_i = v_C = V_0 \left(1 - e^{-t/RC}\right) . \tag{20}$$

Na sl.9 prikazani su odgovarajući oblici vala. Da izlazni napon naraste do $0.1V_0$, odnosno do $0.9V_0$, treba jednom proći vrijeme t_1, a drugi put vrijeme t_2, prema



Slika 9.

relacijama

$$0.1 = 1 - e^{-t_1/RC} \qquad 0.9 = 1 - e^{-t_2/RC} \tag{21}$$

što daje približno

$$t_1 \approx 0.1RC \qquad t_2 \approx 2.3RC\,. \tag{22}$$

Razlika $t_2 - t_1$ naziva se općenito vremenom porasta impulsa (analogno se može definirati vrijeme pada impulsa). Kad se radi o reprodukciji ulaznog napona V_0 priključenog u čas $t = 0$, onda će vrijeme porasta izlaznog napona biti

$$t_p = t_2 - t_1 \approx 2.2RC\,. \tag{23}$$

Vrijeme porasta t_p pokazuje kako krug reagira na promjene napona skokom. Vremenska konstanta RC određuje međutim ne samo vrijeme porasta, nego i frekvenciju pola snage f_2 pa će zbog toga i t_p i f_2 biti povezani

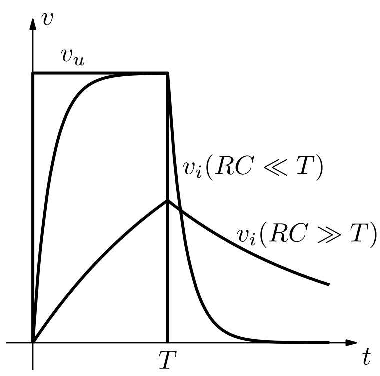
$$t_p = 2.2RC = 2.2\,\frac{1}{2\pi f_2} \approx \frac{0.35}{f_2}\,. \tag{24}$$

Ta relacija naravno vrijedi i za RC pojačalo. Ako so više stupnjeva za pojačanje ili više krugova za integriranje spaja u kaskadu, dolazi do pogoršanja frekventne karakteristike (f_2 se smanjuje), što znači do će vrijeme porasta t_p biti veće. Kao gruba aproksimacija za vrijeme porasta čitave kaskade t_{pk} može se uzeti izraz

$$t_{pk} = \sqrt{t_{p1}^2 + t_{p2}^2 + \cdot}\,. \tag{25}$$

Pogreška je manja ako je broj stupnjeva veći. Ako su krugovi jednaki, može se točan izraz za ukupno vrijeme porasta odrediti pomoću gornje frekvencije pola snage kaskadno spojenih RC pojačala.

Oblik vala izlaznog napona, kad je na ulaz priključen impuls pravokutnog oblika, može se dobiti primjenom zakona superpozicije, jer je krug sastavljen samo od linearnih elemenata. Izlazni napon u intervalu od 0 do T (sl.10) jednak



Slika 10.

je

$$v_{i1} = V_0 \left(1 - e^{-t/RC}\right) , \qquad 0 < t < T . \tag{26}$$

Tome se naponu u času $t = T$ superponira druga komponenta

$$v_{i2} = -V_0 \left(1 - e^{-(t-T)/RC}\right) , \qquad t > T . \tag{27}$$

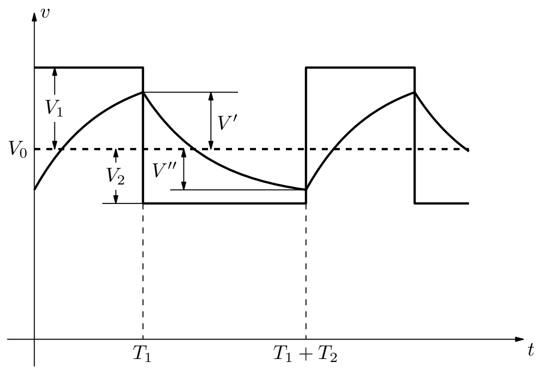
tako da je ukupni izlazni napon za $t > T$ jednak

$$v_i = V_0 \left(e^{T/RC} - 1\right) e^{-t/RC} = V_0 \left(1 - e^{-T/RC}\right) e^{-(t-T)/RC} , \qquad t > T . \tag{28}$$

Isti izraz odgovara izbijanju kondenzatora kroz otpor od početne vrijednosti napona na kondenzatoru u času $t = T$

$$v_C(T) = V_0 \left(1 - e^{-T/RC}\right) . \tag{29}$$

Prolazom kroz RC krug dolazi do promjene oblika vala. Što je vremenska konstanta manja, to će izlazni napon moći brže slijediti promjene ulaznog napona, pa će i reprodukcija biti točnija. To je u skladu s izrazom za frekventnu karakteristiku kruga, prema kojem manjoj vrijednosti vremenske konstante odgovara viša frekvencija pola snage f_2, što znači i bolja reprodukcija viših frekvencija.



Slika 11.

U slučaju reprodukcije pravokutnog vala (sl.11) krugom za integriranje moći će se na izlazni napon zaključiti iz nekoliko uvjeta, koje izlazni napon mora zadovoljiti. To su:

- prosječna vrijednost ulaznog vala je u stacionarnom stanju jednaka prosječnoj vrijednosti izlaznog vala, jer se istosmjerne komponente prenose preko otpora R,

- skokovitim promjenama ulaznog napona odgovara diskontinuitet derivacije izlaznog napona, dok je sam izlazni napon kontinuirana funkcija,
- u intervalima između naglih promjena ulaznog napona izlazni se napon eksponencijalno približava vrijednosti ulaznog napona.

Ovaj se slučaj može promatrati kao da je prosječna vrijednost V_0 jednaka nuli, jer se u stacionarnom stanju V_0 dodaje izlaznom valu. U intervalu $0 < t < T_1$ ekeponencijalni je zakon za porast izlaznog napona

$$v_i = V_1 - (V_1 - V'')e^{-t/RC}\,, \qquad 0 < t < T_1\,, \tag{30}$$

jer je $v_i(0) = V''$, a $v_1(\infty) = V_1$. Za eksponencijalni pad izlaznog napona u intervalu $T_1 < t < T_1 + T_2$ vrijedi zakon

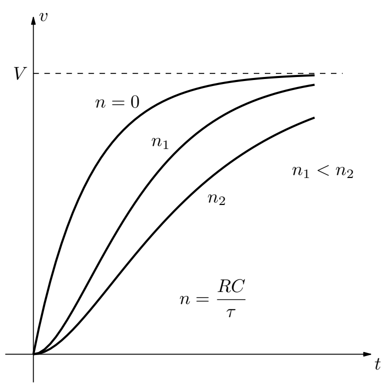
$$v_i = V_2 - (V_2 - V')e^{-(t-T_1)/RC}\,, \qquad T_1 < t < T_1 + T_2\,, \tag{31}$$

jer je $v_i(T_1) = V'$, a $v_i(\infty) = V_2$. Kao nepoznate veličine ulaze u ta dva izraza V' i V'', no budući da je $v_i(T_1) = V'$ i $v_i(T_1+T_2) = V''$, mogu se tako dobivene dvije jednadžbe za V' i V'' lako razriješiti.

Ako je ulazni napon eksponencijalnog oblika

$$v_u = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \tag{32}$$

točan oblik vala izlaznog napona može se odrediti pomoću već poznatog rješenja za krug za deriviranje, jer je napon na kondenzatoru jednak razlici ulaznog napona



Slika 12.

i već poznatog napona na otporu, tj.

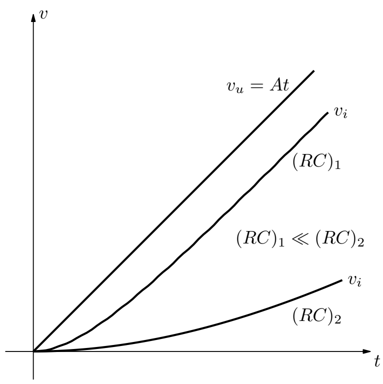
$$\begin{aligned} v_i &= V\left(1+\frac{1}{n-1}\,e^{-t/\tau}-\frac{n}{n-1}\,e^{-t/RC}\right), \quad & n=\frac{RC}{\tau}\neq 1 \\ v_i &= V\left[1-\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-t/\tau}\right], & n=\frac{RC}{\tau}=1 \end{aligned} \tag{33}$$

Odgovarajući oblici vala prikazani su na sl.12 za nekoliko vrijednosti omjera n. Ulazni napon eksponencijalnog karaktera može se međutim smatrati izlaznim naponom nekog drugog kruga za integriranje, kojemu je na ulaz bio u $t = 0$ priključen napon V. Time se ovoj slučaj svodi zapravo na reprodukciju promjene ulaznog napona skokom, ali preko dva u seriju spojena kruga za integriranje. Prvi od ta dva kruga uvodi eksponencijalni porast s vremenskom konstantnom τ, dok je za djelovanje drugog važna njegova vremenska konstanta RC. Vrijeme porasta izlaznog napona prema sl.12 može se odrediti na način. koji je bio malo prije spomenut za serijski spojene krugove za integriranje.

Na reprodukciju napona $v_u = At$ pomoću kruga za integriranje može se zaključiti na isti način kao i na reprodukciju eksponencijalnog vala. Izlazni napon je jednak

$$v_i = A(t - RC) + A \times RCe^{-t/RC}\,, \tag{34}$$

a grafički je predočen razlikom $v_u - v_i$ prema sl.7. Na sl.13 prikazani su odgovarajući oblici vala. Ako je vremenska konstanta kruga RC malena, razlika u obliku ulaznog i izlaznog vala će postojati samo u početku krivulja, dok će kasnije postojati samo pomak u vremenu jednak upravo konstanti RC.



Slika 13.

Promatranje raznih oblika vala izlaznog napona dobivenih krugom za integriranje dolazi se do zaključka da će promjena oblika vala biti to jače izražena, što je vremenska konstanta RC veća. To ujedno znači i da će izlazni napon biti mnogo manji od ulaznog, ako je RC veliko. Struja u krugu će prema tome biti uglavnom određena serijskim otporom R

$$i \approx \frac{v_u}{R} \tag{35}$$

tako da je izlazni napon, odnosno napon na kondenzatoru jednak

$$v_i = v_C = \frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t \approx \frac{1}{RC}\int v_u\,\mathrm{d}t\,. \tag{36}$$

Prema tome je izlazni napon približno proporcionalan integralu ulaznog napona. Da bi taj krug za neki val djelovao kao krug za integriranje, mora pretpostavka $v_i \ll v_u$ biti ispunjena za sve frekvencije spektra, kojim je taj val predočen. Kako kapacitivni otpor opada s frekvencijom mora ta pretpostavka biti ispunjena za najnižu frekvenciju koja još dolazi u obzir, tj.

$$\frac{1}{\omega_{\min}C} \ll R\,, \quad \text{ili} \quad RC \gg \frac{1}{2\pi f_{\min}} = \frac{T_{\max}}{2\pi} \tag{37}$$

Što su promjene ulaznog napona sporije, to će izlazni napon manje odgovarati integralu ulaznog napona, jer sporije promjene doprinose niskofrekventnom dijelu spektra.

2. PASIVNI RC I CR FILTRI

U elektronskim uređajima se, osim željenog signala, često javljaju i neželjena pobuđenja ili oscilacije. Takve signale nazivamo *šumovi* ili *smetnje*. Oni mogu biti posljedica raznih učinaka: nestabilnosti napona napajanja, utjecaja vanjskih smetnji, nedovoljno dobro izvedenog jednog dijela sklopa . . . , pa čak i intrinsičnog šuma pojedinih elektroničkih komponenti.

Dio takvih smetnji može se eliminirati kvalitetnim uzemljenjem ili metalnim oklopom (Faradayev kavez!). U primjeni, međutim, u većini slučajeva želimo imati kontrolu nad područjem frekvencija koje želimo eliminirati i/ili propustiti. Takve sklopove nazivamo *filtri*, i ovisno o frekventnoj karakteristici, ih dijelimo na:

- niskopropusni filter (*low pass filter*)
- visokopropusni filter (*high pass filter*)
- pojasno propusni filter (*band pass filter*)
- pojasno nepropusni filter (*band reject filter*)
- uskopojasni (rezonantni) filter (*narrow band filter*)

2.1 Niskopropusni RC filter

Niskopropusni i visokoporpusni filtri s pasivnim komponentama odgovaraju sklopovima za integriranje i integriranje s pasivnim elementima. Razlika je u tome što kod filtera odziv sklopa, tj. njegovo pojačanje, promatramo za **sinusoidalnu** pobudu.

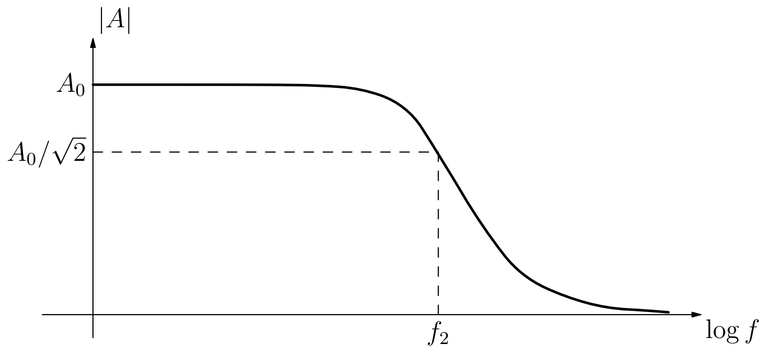
Niskopropusnom filteru odgovara RC krug za integriranje (sl.8). Poslužimo se stoga izrazom za pojačanje RC kruga (19) sa str. 8:

$$A = \frac{v_i}{v_u} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\,\frac{f}{f_2}}\,, \quad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_2)^2}}\,, \tag{38}$$

gdje smo definirali $f_2 = 1/2\pi RC$. Primjećujemo da je za niže frekvencije, $f \ll f_2$, pojačanje praktički konstantno. Kako frekvencija raste, član f/f_2 u izrazu za

$|A|$ počinje prevladavati i pojačanje se smanjuje. Na vrlo visokim frekvencijama, $f \gg f_2$, pojačanje postaje zanemarivo.

Iz frekventne karakteristike ovog sklopa, prikazane na slici sl.14, jasno je zašto govorimo o niskopropusnom filteru: sinusoidalne signale frekvencije $f < f_2$ sklop propušta, dok signale frekvencije $f > f_2$ kondenzator uzemljuje.



Slika 14.

Gornja frekvencija niskopropusnog filtera se po dogovoru definira kao frekvencija na kojoj pojačanje padne za faktor $1/\sqrt{2}$ u odnosu na ravni dio (vidi sliku). Za naš RC filter, ta je frekvencija, prema tome, jednaka $f_2 = 1/2\pi RC$.

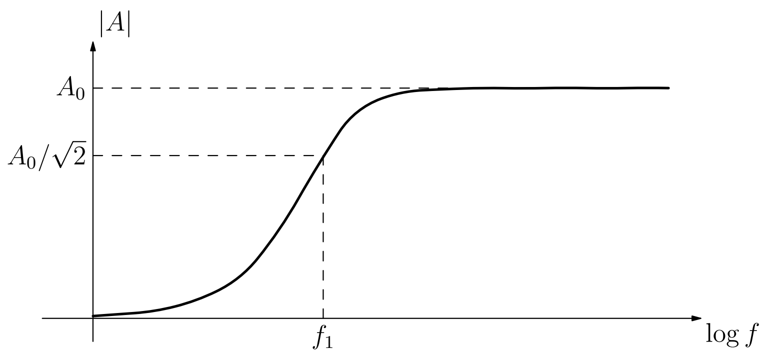
2.2 Visokopropusni CR filter

Visokopropusnom filteru odgovara CR krug za deriviranje (sl.1). Poslužimo se stoga izrazom za pojačanje CR kruga (2) sa str. 2:

$$A = \frac{v_i}{v_u} = \frac{R}{R - j\,\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{1}{1 - j\,\dfrac{1}{\omega RC}} = \frac{1}{1 - j\,\dfrac{f_1}{f}}, \quad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_1/f)^2}}, \tag{39}$$

gdje je $f_1 = 1/2\pi RC$. Primjećujemo da je ovdje za niže frekvencije, $f \ll f_1$, pojačanje zanemarivo. Kako frekvencija raste, član f_1/f u izrazu za $|A|$ postaje sve manji i manji, te se pojačanje povećava. Na vrlo visokim frekvencijama, $f \gg f_1$, pojačanje je praktički konstantno.

Iz frekventne karakteristike ovog sklopa, prikazane na slici sl.15, jasno je zašto govorimo o visokopropusnom filteru: sinusoidalne signale frekvencije $f < f_1$ kondenzator ne propušta, dok signale frekvencije $f > f_1$ propušta.



Slika 15.

Donja frekvencija visokopropusnog filtera se po dogovoru definira kao frekvencija na kojoj pojačanje padne za faktor $1/\sqrt{2}$ u odnosu na ravni dio (vidi sliku). Za naš CR filter, ta je frekvencija, prema tome, jednaka $f_1 = 1/2\pi RC$.

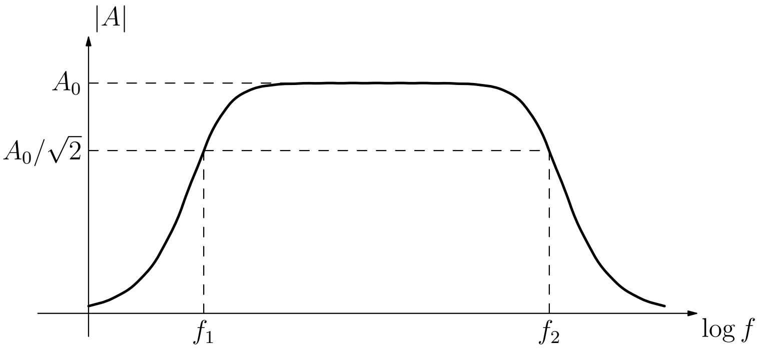
2.3 Pojasno propusni filter

Kombinacijom niskopropusnog i visokopropusnog filtera dobivamo tzv. *pojasno propusni filter*. Npr. ukupno pojačanje serijski spojenih filtera s frekventnim karakteristikama (38) i (39) (sl.14 i sl.15) iznosi:

$$A = A_{\rm NP} \times A_{\rm VP} = \frac{1}{1 + j\,\dfrac{f}{f_2}} \times \frac{1}{1 - j\,\dfrac{f_1}{f}}\,, \quad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_2)^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1 + (f_1/f)^2}}\,, \tag{40}$$

gdje su $A_{\rm NP}$ i $A_{\rm VP}$ pojačanja posebno niskopropusnog, odnosno visokopropusnog filtera. Ovdje treba napomenuti da se pojasno propusni filter ne može sastaviti samo tako da se serijski spoje RC i CR krug. Razlog tome leži u činjenici da bi CR krug opterećivao izlaz RC kruga, i time znatno promijenio ovisnost sveukupnog pojačanja o frekvenciji (provjerite!). Jedno od mogućih rješenja bi bilo da se između izlaza RC i ulaza RC kruga stavi sljedilo.

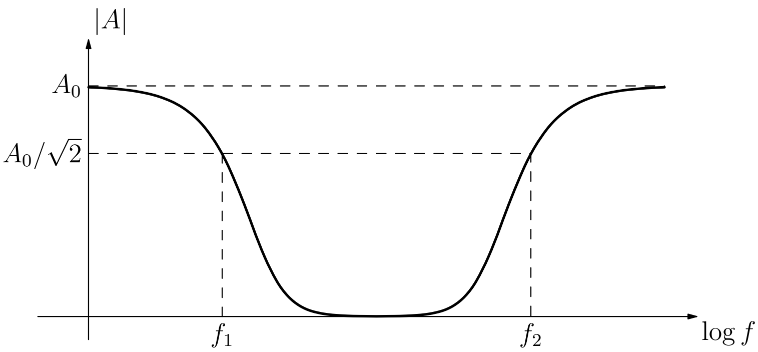
Frekventna karakteristika takvog filtera, uz uvjet $f_1 < f_2$, dana je na sl.16. Očito, sklop dobro propušta samo signale frekvencija većih od f_1 i manjih od f_2. Zato se po dogovoru upravo frekvencije f_1 i f_2 uzimaju kao frekvencije koje određuju pojas propusnosti ovog filtera.



Slika 16.

2.4 Pojasno nepropusni filter

Pojasno nepropusni filter po definiciji propušta sinusoidalni signal svih frekvencija osim određenog pojasa. Njegova frekventna karakteristika je dana na sl.17, i iz nje se vidi da se ovaj filter na neki način može shvatiti kao komplementaran pojasno propusnom filteru. Očito, sklop dobro propušta samo signale frekvencija



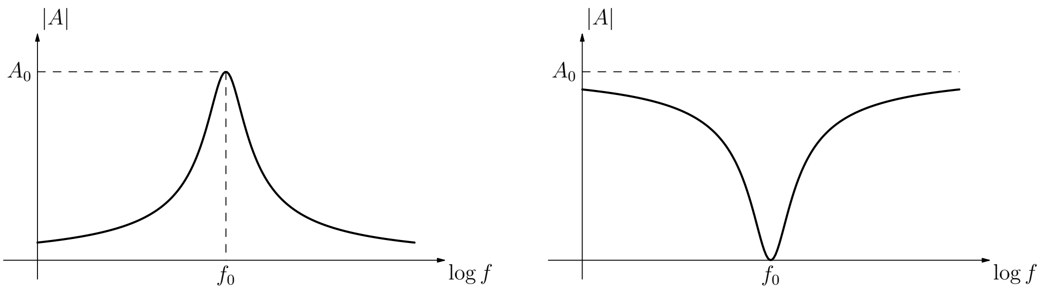
Slika 17.

manjih od f_1 i većih od f_2. U tom smislu govorimo o pojasno nepropusnom filteru s frekventnim opsegom od f_1 do f_2.

Konstrukcija sklopa koji bi odgovarao pojasno nepropusnom filteru 'pati' od sličnih problema kao i sklop za pojasno propusni filter. Tako bi se, npr., ovaj filter naizgled mogao dobiti paralelnim spojem RC (nisko-) i CR (visokopropusnog) filtera. U praksi takav sklop neće funkcionirati, jer bi izlazi svakog filtra dodatno opterećivali jedan drugoga.

2.5 Uskopojasni filteri

Uskopojasni filteri su sklopovi koji propuštaju ili blokiraju usko područje frekvencija. Takvi se filtri nazivaju još i rezonantnim filtrima, jer se propuštanje tj. blokiranje pojedinih frekvencija uglavnom vrši sa rezonantnim sklopovima. Tipičan takav sklop je LCR krug, koji možemo smatrati da predstavlja i uskopojasni filter s najvećom propusnošću na frekvenciji $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ (vidi sl.18 lijevo). Moguća su i druga rješenja, npr. pojasno propusni filter s $f_1 \approx f_2$ će također propuštati samo usko područje frekvencija. Na sl.18 (desno) je prikazana frekventna ka-



Slika 18.

rakteristika uskopojasnog nepropusnog filtera ('komplementaran' uskopojasnom propusnom filtru). Njegova glavna značajka je propuštanje praktički svih frekvencija, osim frekvencije f_0 koju uzemljuje. U tom smislu, taj se filter naziva još i uskopojasno nepropusni filter. Konstrukcija takvih filtera se također sastoji od rezonantnih LCR krugova, a glavnu primjenu nalazi u osjetljivim instrumentima, u kojima se želi izbjeći utjecaj vanjskih signala, najčešće poznatih, frekvencija. Npr. kako bi se blokirala smetnja frekvencije $50\,\mathrm{Hz}$, koja potječe od mrežnog napona, u razne mjerne instrumente koji se koriste u eksperimentalnoj fizici, ugrađuju se uskopojasni nepropusni filteri upravo namješteni na frekvenciju $50\,\mathrm{Hz}$.