

KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

drugi kolokvij - 20. lipnja 2023.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom papiru. Vrijeme pisanja je 120 minuta.
Dozvoljeno je koristiti isključivo geometrijski pribor i pribor za pisanje.

1. Dane su kružnice k_1 i k_2 koje se sijeku u točkama A i B te pravac p koji prolazi točkom A i siječe kružnice k_1 i k_2 redom u točkama P_1 i P_2 .
Konstruirajte kružnicu k koja dodiruje pravac p i ortogonalno siječe kružnice k_1 i k_2 .
Napišite opis konstrukcije.
2. Dan je jednakostranični trokut ABC . Neka je O središte tog trokuta, a D , E i F redom polovište stranica \overline{BC} , \overline{CA} i \overline{AB} . Promotrimo perspektivnu kolineaciju κ s osi AD , centrom O takvu da je $\kappa(B) = E$.
Konstruirajte slike točaka C , E i F . Konstruirajte prasiliku beskonačno dalekog pravca.
Konstrukcije provedite i jasno označite sve točke i pravce ili napišite opis konstrukcije.
U kakvu krivulju se preslikava upisana kružnica trokuta ABC ? Obrazložite.
3. Dani su pravci p , o i točka P na pravcu p . Neka je \mathcal{P} parabola s osi o kojoj je p tangenta s diralištem P . Konstruirajte tjeme i fokus parabole \mathcal{P} . Zatim konstruirajte još barem tri točke parabole \mathcal{P} sa suprotne strane pravca o u odnosu na točku P .
Napišite opis konstrukcije. Provedite konstrukciju geometrijskim priborom.
4. Dane su točke A i B te pravci p i q_1 . Neka je \mathcal{H} hiperbola koja prolazi točkama A i B čija je jedna asimptota pravac p , a druga pravac paralelan s q_1 .
Konstruirajte drugu asimptotu hiperbole \mathcal{H} i njenu tangentu u točki A .
Napišite opis konstrukcije.
5. Zadane su točke A i B . Pomoću dvobridnog ravnala konstruirajte točku P koja pripada dužini \overline{AB} tako da vrijedi $|AP| : |PB| = 2 : 5$. Širina ravnala manja je od $|AB|$.
Napišite opis konstrukcije i dokažite njenu ispravnost.