

KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

drugi kolokvij - 21. lipnja 2024.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom papiru. Vrijeme pisanja je 120 minuta.
Dozvoljeno je koristiti isključivo geometrijski pribor i pribor za pisanje.

1. Neka je $ABCDEF$ pravilni šesterokut i neka je k upisana kružnica tog šesterokuta. Odredite slike vrhova i stranica trokuta ABD i sliku opisane kružnice tog trokuta pri inverziji u odnosu na kružnicu k .

Nacrtajte preciznu skicu i jasno označite sve tražene elemente.

2. Neka je ABC jednakokranični trokut sa središtem T te neka je a pravac kroz točku A okomit na AB , a b pravac kroz B okomit na BC . Perspektivna kolineacija s centrom u točki T preslikava pravac a u pravac b , dok točku C fiksira.

Odredite os te kolineacije (opišite i objasnite). Zatim odredite (konstruirajte geometrijskim priborom) slike i praslike točkama A i B . Ako nešto nije jasno vidljivo na slici, napišite opis konstrukcije.

Što je slika pravca b , a što praslika pravca a ?

3. Dana je dužina \overline{AB} i pravac p koji siječe tu dužinu u točki F . Neka je \mathcal{E} elipsa kojoj su A i B tjemena, a F fokus. Konstruirajte tangente elipse \mathcal{E} koje su paralelne s pravcem p i njihova dirališta.

Provedite analizu te napišite opis konstrukcije.

4. Neka je $ABCD$ tetivni četverokut upisan u kružnicu k . Neka se pravci AB i CD sijeku u točki K , a pravci BC i DA u točki L . Neka se tangente na kružnicu k u točkama A i C sijeku u točki M , a tangente u točkama B i D u točki N .

Dokažite da su točke K , L , M i N kolinearne.

5. Dana je kružnica k , njezino središte S te pravac p koji siječe kružnicu k (i ne prolazi kroz S). Neka je A točka izvan kružnice k . Koristeći samo ravnilo, konstruirajte paralelu s pravcem p kroz točku A .

Napišite opis konstrukcije i dokažite njenu ispravnost.