

# KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

pismeni ispit - 5. srpnja 2024.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom papiru. Vrijeme pisanja je 120 minuta.  
Dozvoljeno je koristiti isključivo geometrijski pribor i pribor za pisanje.

1. Dane su duljine  $a$  i  $b$ . Konstruirajte dužinu duljine

$$\frac{\sqrt{a^3 + b^3}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}.$$

Napišite opis konstrukcije. Skicirajte korake konstrukcije koje ne opisujete detaljno.

2. Dane su koncentrične kružnice  $k_1$  i  $k_2$  te pravac  $p$ , pri čemu je  $k_1$  unutar  $k_2$ . Konstruirajte jednakostranični trokut  $ABC$  tako da su točke  $A$  i  $B$  na  $k_2$ , točka  $C$  na  $k_1$ , a  $AC$  je paralelno s pravcem  $p$ .

Napišite opis konstrukcije i dokažite njenu ispravnost.

3. Dan je pravokutnik  $ABCD$  i unutar njega kružnica  $k_1$  koja dodiruje stranice  $\overline{AB}$  i  $\overline{BC}$ . Konstruirajte kružnicu  $k_2$  koja dodiruje kružnicu  $k_1$  te stranice  $\overline{AD}$  i  $\overline{DC}$ .

Napišite opis konstrukcije i diskutirajte postojanje i broj rješenja.

4. Dani su pravac  $a$ , točka  $A$  na pravcu  $a$  i kružnica  $k$ . Neka je  $\mathcal{E}$  elipsa čija su oba fokusa na kružnici  $k$ , koja prolazi točkom  $A$ , a pravac  $a$  joj je tangenta te vrijedi  $|AF_1| : |AF_2| = 2 : 3$ .

Napišite opis konstrukcije i obrazložite ju.

5. Dan je romb  $ABCD$  u kojem je  $|AC| > |BD|$ . Neka je  $\mathcal{E}$  elipsa kojoj su vrhovi romba tjemena (glavna i sporedna). Neka je  $P$  točka izvan te elipse. Konstruirajte tangente iz točke  $P$  na elipsu  $\mathcal{E}$ .

Napišite opis konstrukcije te konstrukciju zaista provedite.