

KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

pismeni ispit - 28. kolovoza 2024.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom papiru. Vrijeme pisanja je 120 minuta.
Dozvoljeno je koristiti isključivo geometrijski pribor i pribor za pisanje.

1. Dan je kvadrat $ABCD$. Neka su l_1 i l_2 redom lukovi kružnica $k(A, |AB|)$ i $k(B, |AB|)$ koji se nalaze unutar kvadrata. Konstruirajte kružnicu koja dodiruje dužinu \overline{AD} i lukove l_1 i l_2 .

Napišite detaljni opis konstrukcije.

Uputa: Zadatak se može riješiti algebarskom metodom ili pomoću inverzije.

2. Dane su kružnica k , točka P unutar dane kružnice i duljina t_a .

Konstruirajte trokut ABC kome je k opisana kružnica, točka P polovište stranice \overline{AB} , a t_a duljina težišnice iz vrha A .

Napišite opis konstrukcije i dokažite njenu ispravnost.

3. Neka je $ABCDEF$ pravilni šesterokut i neka je κ perspektivna kolineacija za koju je $\kappa(A) = B$, $\kappa(C) = C$, $\kappa(D) = E$. Neka je pravac t tangenta na opisanu kružnicu šesterokuta $ABCDEF$ u točki F .

Konstruirajte:

- slike svih vrhova šesterokuta
- praslike svih vrhova šesterokuta
- sliku pravca t
- prasliku beskonačno dalekog pravca.

Na slici jasno označite sve tražene elemente ili napišite opis konstrukcije.

4. Dani su pravci a i d_1 te točke A i B , pri čemu $A \in a$. Neka je \mathcal{P} parabola koja prolazi točkama A i B , pravac a joj je tangenta, a direktrisa paralelna s d_1 .

Konstruirajte tangentu parabole \mathcal{P} u točki B i fokus te parabole.

Napišite opis konstrukcije i obrazložite konstrukciju.

5. Konstruirajte kvadrat čija je površina dvostruko veća od površine danog kvadrata. Na raspolaganju je samo dvobridno ravnalo širine d , a duljina stranice danog kvadrata veća je od $2d$.

Napišite opis konstrukcije i zaista ju provedite.