

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Popravni kolokvij – 4. rujna 2023.

**Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje i geometrijskog pribora.

**Zadatak 1.** (10 bodova)

- a) Definirajte, u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije, pojmove *dužina* i *simetričala dužine*.
- b) Ako u trokutu  $ABC$  vrijedi  $|AB| = |BC|$ , dokažite da je  $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BCA$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Popravni kolokvij – 4. rujna 2023.

**Zadatak 2.** (10 bodova)

- a) Definirajte relaciju ekvivalentnosti orijentiranih dužina te dokažite da ona tranzitivna.
- b) Definirajte kut između dviju ravnina. Odredite, u stupnjevima ili radijanima, mjeru kuta između ravnina  $x + y = 1$  i  $y + z = 2$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Popravni kolokvij – 4. rujna 2023.

**Zadatak 3.** (20 bodova)

Neka su  $A, B, C, D, E$  i  $F$  točke na kružnici  $k$  sa središtem u  $O$  tako da se pravci  $AD$ ,  $BE$  i  $CF$  sijeku u točki  $S$ . Neka su  $P, Q$  i  $R$  redom polovišta tetiva  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BE}$  i  $\overline{CF}$ .

Dokažite da su točke  $P, Q, R$  i  $O$  konciklične.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Popravni kolokvij – 4. rujna 2023.

**Zadatak 4.** (20 bodova)

Na osnovici  $\overline{AB}$  trapeza  $ABCD$  odabrana je točka  $E$  tako da je  $|AE| = |DC|$ . Dužine  $\overline{CA}$  i  $\overline{CE}$  sijeku dijagonalu  $\overline{BD}$  redom u točkama  $O$  i  $P$ .

Ako je  $|DO| = |PB|$ , dokažite da vrijedi  $|AB|^2 - |DC|^2 = |AB| \cdot |DC|$ .  
Koristite sličnost trokuta.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Popravni kolokvij – 4. rujna 2023.

**Zadatak 5.** (20 bodova)a) Neka su  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$  proizvoljne točke u ravnini. Dokažite da vrijedi

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0.$$

b) Zadan je trokut  $\triangle ABC$  i točka  $D$  na stranici  $\overline{AB}$ . Dokažite da vrijedi

$$|AC|^2|DB| + |BC|^2|AD| = |AB| (|CD|^2 + |AD||DB|).$$

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Popravni kolokvij – 4. rujna 2023.

**Zadatak 6.** (20 bodova)

Zadane su ravnine

$$\Pi_1 \dots x + y + z = 1, \quad \Pi_2 \dots y = x + z$$

$$\text{i pravac } p \dots \frac{x-2}{2} = \frac{y-5}{9} = \frac{z-3}{-2}.$$

Neka su  $A$  i  $B$  redom točke u kojima pravac  $p$  siječe ravnine  $\Pi_1$  i  $\Pi_2$ . Neka je  $A'$  ortogonalna projekcija točke  $A$  na ravninu  $\Pi_2$ , a  $B'$  ortogonalna projekcija točke  $B$  na ravninu  $\Pi_1$ . Odredite volumen piramide  $AB'BA'$ .