

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 1

- (2+2+2+3 boda) (a) Iskažite Teorem o težištu trokuta.
- (b) Definirajte relaciju sličnosti trokuta te pojam luka nad tetivom kružnice.
- (c) Definirajte pojam konveksnog skupa. Je li presjek svaka dva konveksna skupa opet konveksan skup? Ako jest, dokažite tu tvrdnju. Ako nije, opovrgnite je kontraprimjerom.
- (d) Precizno i u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije ravnine dokažite da pravac koji ne prolazi niti jednim vrhom trokuta ne siječe sve tri njegove stranice.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 2

(9 bodova) Neka je H ortocentar šiljastokutnog trokuta $\triangle ABC$ takav da vrijedi $|AB| = |HC|$.
Odredite mjeru kuta $\angle ACB$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 3

(9 bodova) Neka je $ABCD$ pravokutnik takav da je $|\overline{AB}| > |\overline{BC}|$ te neka je S sjecište njegovih dijagonala. Neka je E točka na stranici \overline{AB} takva da vrijedi da je kut $\angle ESB$ pravi. Dokažite da vrijedi

$$\frac{|\overline{AC}|}{|\overline{AB}|} \frac{|\overline{ES}|}{|\overline{BC}|} + \frac{|\overline{AE}|}{|\overline{AB}|} = 1.$$

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 4

(5+4 bodova) Neka je H ortocentar trokuta $\triangle ABC$ te P polovište stranice \overline{AB} . Neka je D točka na pravcu HP različita od H takva da je $|HP| = |PD|$.

- a) Dokažite da točke A, B, C i D leže na istoj kružnici.
- b) Dokažite da je \overline{CD} promjer te kružnice.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 5

(9 bodova) Neka je $ABCD$ paralelogram te neka su E i F redom polovišta stranica \overline{CD} i \overline{AD} . Označimo s P i Q redom sjecišta dijagonale \overline{AC} s dužinama \overline{BE} i \overline{BF} . Dokažite da točke P i Q dijele dijagonalu \overline{AC} na tri sukladna dijela.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 1

- (2+2+2+3 boda) (a) Iskažite Teorem o srednjici trokuta.
- (b) Definirajte relaciju sukladnosti trokuta i pojam obodnog kuta nad tetivom kružnice.
- (c) Definirajte pojam izometrije ravnine. Je li svaka izometrija ravnine injekcija? Ako jest, dokažite tu tvrdnju. Ako nije, opovrgnite je kontraprimjerom.
- (d) Precizno i u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije ravnine dokažite da pravac koji ne prolazi niti jednim vrhom trokuta ne siječe sve tri njegove stranice.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 2

(9 bodova) Neka je H ortocentar tupokutnog trokuta $\triangle ABC$ (s tupim kutom u vrhu C) takav da vrijedi $|AB| = |HC|$. Odredite mjeru kuta $\angle ACB$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 3

(9 bodova) Neka je $ABCD$ pravokutnik takav da je $|\overline{AB}| < |\overline{BC}|$ te neka je S sjecište njegovih dijagonala. Neka je E točka na stranici \overline{BC} takva da vrijedi da je kut $\angle ESC$ pravi. Dokažite da vrijedi

$$\frac{|\overline{BD}|}{|\overline{BC}|} \frac{|\overline{ES}|}{|\overline{CD}|} + \frac{|\overline{BE}|}{|\overline{BC}|} = 1.$$

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 4

(5+4 bodova) Neka je P polovište stranice \overline{BC} trokuta $\triangle ABC$ te H njegov ortocentar. Neka je D točka na pravcu HP različita od H takva da je $|PH| = |PD|$.

- a) Dokažite da su točke A, B, C i D koncikličke.
- b) Dokažite da je \overline{AD} promjer te kružnice.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. kolokvij - 28. travnja 2022.

ZADATAK 5

(9 bodova) Neka je $ABCD$ paralelogram te neka su G i H redom polovišta stranica \overline{AB} i \overline{AD} . Označimo s P i Q redom sjecišta dijagonale \overline{BD} s dužinama \overline{CH} i \overline{CG} . Dokažite da točke P i Q dijele dijagonalu \overline{BD} na tri sukladna dijela.