

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

popravni kolokvij - 30. kolovoza 2022.

ZADATAK 1

- (a) Precizno i u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije ravnine i prostora definirajte sljedeće pojmove: osna simetrija, konveksna ljuska skupa S .
- (b) Izvedite formulu za udaljenost točke $T(x_0, y_0, z_0)$ od pravca $p \dots \vec{r} = \vec{r}_1 + t\vec{a}$, $t \in \mathbb{R}$, gdje je $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{a} = (\alpha, \beta, \gamma)$.
- (c) Dokažite da je inverz izometrije opet izometrija.
- (d) Dokažite da je volumen paralelepipeda razapetog s tri nekomplanarna vektora jednak apsolutnoj vrijednosti njihovog mješovitog produkta.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

popravni kolokvij - 30. kolovoza 2022.

ZADATAK 2

Neka je \overline{BP} težišnica trokuta ABC . Neka je M polovište težišnice \overline{BP} , N sjecište pravaca AM i BC te neka je L sjecište pravca BC i pravca paralelnog s AN koji prolazi kroz točku P .

- (a) Dokažite da su dužine \overline{BN} , \overline{NL} i \overline{LC} međusobno sukladne.
- (b) Ako dodatno pretpostavimo da je $|\overline{AC}| = |\overline{BP}|$ te ako je D točka koja se nalazi na pravcu AC tako da vrijedi da se C nalazi između P i D te $|\overline{PC}| = |\overline{CD}|$, dokažite da su pravci BD i PL okomiti.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

popravni kolokvij - 30. kolovoza 2022.

ZADATAK 3

Dane su dvije kružnice k_1 i k_2 .

- (a) Pretpostavimo da se k_1 i k_2 sijeku u točkama A i B . Kroz točku A prolazi pravac p te siječe k_1 u točki C te k_2 u točki D . Tangente na odgovarajuće kružnice u točkama C i D sijeku se u točki M . Dokažite da je četverokut $BCMD$ tetivni.
- (b) Pretpostavimo sada da se k_1 i k_2 dodiruju u točki T . Kroz T prolaze dva pravca te sijeku k_1 u točkama E i F , te k_2 u točkama G i H . Dokažite da je $EF \parallel GH$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

popravni kolokvij - 30. kolovoza 2022.

ZADATAK 4

Dan je paralelogram $ABCD$ i točka M na dijagonali \overline{AC} takva da vrijedi $\frac{|AM|}{|AC|} = \lambda \in \langle 0, 1 \rangle$.

- (a) Dokažite da je površina trokuta $\triangle DMC$ jednaka površini trokuta $\triangle BMC$.
- (b) Ako je $|\overline{AB}| = 2$, $|\overline{BC}| = 1$, $\lambda = \frac{1}{3}$ te mjera kuta pri vrhu A iznosi $\frac{\pi}{6}$ radijana, izračunajte površinu trokuta $\triangle BMD$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

popravni kolokvij - 30. kolovoza 2022.

ZADATAK 5

Pravac p leži u ravnini zadanoj jednažbom $2x + 7y + 3z - 8 = 0$, prolazi točkom $(-1, 1, 1)$ te je okomit na pravac

$$q \dots \frac{2x + 2}{8} = \frac{3y - 3}{15} = \frac{z - 1}{6}$$

- (a) Je li pravac p paralelan s pravcem koji prolazi točkom $(100, 101, 102)$ i okomit je na ravninu danu jednažbom $42x - 28z = 0$?
- (b) Odredite točku na pravcu p koja je najmanje udaljena od točke $(1, 0, -9)$. Koliko iznosi ta udaljenost?