

2. domaća zadaća

Supremum, infimum

1. Odredite supremume i infimume sljedećih skupova (ako postoje):

a) $A = \left\{ (-1)^{n+1} \frac{2n^2-1}{n^2+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$.

b) $B = \left\{ \frac{2m+2n-3}{2mn-2m-n+1} : m, n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \right\}$.

c) $C = \left\{ (-1)^{n+m} \frac{mn+m}{2mn+n-2m-1} : m, n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \right\}$.

d) $D = \left\{ (-1)^{n-m} \cdot \frac{2mn-m+6n-3}{mn+n} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$.

e) $E = \left\{ \frac{2nm^2+4nm-2n-3m^2-6m+3}{nm^2+2mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$

f) $F = \left\{ \frac{nx^2-4nx+2}{n} : n \in \mathbb{N}, x \in \langle 0, 3 \rangle \right\}$

g) $G = \left\{ \frac{n^2+1}{3n^2+n} (2 + \cos(m\pi)) : n, m \in \mathbb{N} \right\}$

2. Neka su $A, B \subseteq \mathbb{R}$ odozdo omeđeni skupovi. Dokažite:

(a) $\inf(A + B) = \inf A + \inf B$,

(b) $\inf(A \cup B) = \min\{\inf A, \inf B\}$.

3.* Neka su $A, B \subseteq [0, +\infty)$. Dokažite da je

$$\inf(A \cdot B) = \inf A \cdot \inf B.$$

4. Neka su $A, B \subseteq \mathbb{R}$ neprazni ograničeni skupovi. Vrijedi li nužno:

a) Ako je $A \subsetneq B$, onda je $\sup A < \sup B$?

b) Ako je $A \subsetneq B$, onda je $\inf A > \inf B$?

c) $\sup(A \cdot B) = \sup A \cdot \sup B$?

d) $\inf(A \cdot B) = \inf A \cdot \inf B$?

e) $\sup(A - B) = \sup(A) - \sup(B)$, gdje je $A - B = \{a - b : a \in A, b \in B\}$?

f) $\sup(A - B) = \sup(A) - \inf(B)$?

Ako neke od tih tvrdnji vrijede općenito, dokažite ih, a ako ne vrijede općenito, navedite kontraprimjer.