$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 12.11.2012.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim kalkulatora.

1. (a) (8 bodova) Označimo Taylorov polinom n-tog stupnja za funkciju $f(x) = \ln(1+x)$ sa $P_n(x)$. Koji je najmanji n za koji $P_n(0.5)$ sigurno aproksimira $\ln 1.5$ s greškom manjom od 0.01? Odgovor obrazložite.

   (b) (8 bodova) Izračunajte Taylorov polinom petog stupnja funkcije $(1+x)^{-1}$.

2a	2b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 12.11.2012.

2. (a) (10 bodova) Odredite i obrazložite da li redovi $\sum \frac{2+\sin k}{k^2}$ i $\sum \frac{2^k k!}{k^k}$ konvergiraju.

   (b) (8 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\sum \frac{(-e)^k}{k^2} x^k$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 12.11.2012.

3. (a) (8 bodova) Izračunajte $(g \circ f)'(0)$ ako su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ zadane s

$$f(x) = (x^2 - 2x\sin(x), (x+2)^{\frac{3}{2}}, xe^x), \qquad g(u, v, w) = \cos(u)\sin(w) + v^2.$$

   (b) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $z = x^2 + xy + y^2 - 6x + 2$ koja prolazi točkom $P(4, -2, -10)$.

4a	4b	5a	5b	5c	6

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 12.11.2012.

4. (a) (8 bodova) Dokažite da je svaki apsolutno konvergentni red i konvergentan.
   (b) (8 bodova) Pokažite da funkcija $f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ nema limes u $(0,0)$.

5. (a) (7 bodova) Izračunajte duljinu krivulje $\vec{r}(t) = e^t(\cos t\vec{i} + \sin t\vec{j})$ od $t = 0$ do $t = \pi$.
   (b) (7 bodova) Izračunajte derivaciju u smjeru funkcije $f(x,y,z) = x^2y + y^2z + z^2x$ u točki $P(1,0,1)$ u smjeru $3\vec{j} - \vec{k}$.
   (c) (10 bodova) Neka je $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ te neka je $\vec{r}$ parametrizacija nivo–krivulje $f(x,y) = c$. Dokažite $\nabla f(\vec{r}(t)) \perp \vec{r}\,'(t)$.

6. (10 bodova) Nađite stacionarne točke i lokalne ekstreme funkcije

$$f(x,y) = xy + x^{-1} + 8y^{-1}.$$

1a	1b

JMBAG   IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 12.11.2012.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim kalkulatora.

1. (a) (8 bodova) Označimo Taylorov polinom n-tog stupnja za funkciju $f(x) = \sin x$ sa $P_n(x)$. Koji je najmanji n za koji $P_n(1)$ sigurno aproksimira $\sin 1$ s greškom manjom od 0.001? Odgovor obrazložite.

   (b) (8 bodova) Izračunajte Taylorov polinom petog stupnja funkcije $e^x \sin x$.

$2a$	$2b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 12.11.2012.

2. (a) (10 bodova) Odredite i obrazložite da li redovi $\sum \frac{2+\cos k}{\sqrt{k+1}}$ i $\sum \frac{k!(2k)!}{(3k)!}$ konvergiraju.

   (b) (8 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\sum \frac{k}{10^k} x^k$.

3a	3b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 12.11.2012.

3. (a) (8 bodova) Izračunajte $(g \circ f)'(0)$ ako su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ zadane s

$$f(x) = (\frac{e^x}{\sqrt{x+1}}, \sin(x)\cos(x^2), x-1), \qquad g(u,v,w) = u^2 + w^2 - \cos(v).$$

   (b) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $z = (x^2+y^2)^2$ koja prolazi točkom $P(1,1,4)$.

$4a$	$4b$	$5a$	$5b$	$5c$	6

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 12.11.2012.

4. (a) (8 bodova) Dokažite: ako je $|x| < 1$, onda $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$.

   (b) (8 bodova) Pokažite da funkcija $f(x,y) = \frac{y^2}{x^2+y^2}$ nema limes u $(0,0)$.

5. (a) (7 bodova) Izračunajte duljinu krivulje $\vec{r}(t) = t^2\vec{i} + (t^2-2)\vec{j} + t^2\vec{k}$ od $t = 0$ do $t = e$.

   (b) (7 bodova) Izračunajte derivaciju u smjeru funkcije $f(x,y,z) = (x+y^2+z^3)^2$ u točki $P(1,-1,1)$ u smjeru $3\vec{i} + \vec{j}$.

   (c) (10 bodova) Dokažite da gradijent funkcije „pokazuje“ u smjeru u kojem je rast funkcije najbrži.

6. (10 bodova) Nađite stacionarne točke i lokalne ekstreme funkcije

$$f(x,y) = (x+y)(xy+1).$$