$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim kalkulatora.

1. Izračunaj

   (a) (8 bodova) Taylorov polinom drugog stupnja za $f(x) = x \sin x$.

   (b) (8 bodova) koristeći Taylorovu formulu $\sqrt[3]{10}$ s greškom $< 10^{-3}$.

2a	2b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

2. (a) (10 bodova) Odredite i obrazložite da li redovi $\sum \frac{(\ln k)^2}{k}$ i $\sum (-1)^{k+1} \frac{k+1}{k^2+1}$ konvergiraju.

   (b) (8 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\sum \frac{7^k}{k!} x^k$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

3. (a) (8 bodova) Izračunajte $(\nabla f)(\pi, 0)$ ako je $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zadana sa

$$f(x, y) = (\cos x)^2 e^{\sin xy}.$$

   (b) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 4$ koja prolazi točkom $P(1, 4, 1)$.

$4a$	$4b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

4. (a) (8 bodova) Neka je $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ red za koji vrijedi $\lim_{i\to\infty} \sqrt[i]{a_i} < 1$. Dokažite da tada red $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ konvergira apsolutno.

   (b) (10 bodova) Neka je $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$. Nađite red potencija funkcije f, derivirajte ga te nađite sumu reda
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}.$$

$5a$	$5b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

5. (a) (8 bodova) Pokažite da funkcija $f(x,y) = \frac{x^2y^2}{x^4+y^4}$ nema limes u $(0,0)$.
   (b) (8 bodova) Neka funkcija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zadovoljava $f(x,y) \leq f(y,x)$ za sve $x, y \in \mathbb{R}$. Dokažite da tada vrijedi $f(x,y) = f(y,x)$ za sve $x, y \in \mathbb{R}$.

$6a$	$6b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

6. (a) (8 bodova) Izvedite jednadžbu za tangencijalnu ravninu u točki (x_0, y_0, z_0) na plohu $f(x, y, z) = c$.

   (b) (8 bodova) Funkcija $r(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ vektoru $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ pridružuje njegovu duljinu, za sve $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Dokažite da vrijedi $\nabla r = \frac{1}{r}\vec{r}$ za sve $(x, y) \neq (0, 0)$.

$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim kalkulatora.

1. Izračunaj
   (a) (8 bodova) Taylorov polinom drugog stupnja za funkciju $f(x) = (x+1)\cos x$.
   (b) (8 bodova) koristeći Taylorovu formulu $\sqrt[4]{18}$ s greškom $< 10^{-3}$.

$2a$	$2b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

2. (a) (10 bodova) Odredite i obrazložite da li redovi $\sum \frac{(\ln k)}{k^2}$ i $\sum (-1)^k \frac{k+2}{k^2+1}$ konvergiraju.

   (b) (8 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\sum \frac{11^n}{n!} x^n$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

3. (a) (8 bodova) Izračunajte $(\nabla g)(0, \frac{\pi}{2})$ ako je $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zadana sa

$$g(x, y) = (\sin y)^2 e^{\sin xy}.$$

   (b) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ koja prolazi točkom $P(0, 0, 0)$.

4a	4b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

4. (a) (8 bodova) Dokažite, koristeći integralni kriterij, da harmonijski red divergira.
   (b) (10 bodova) Neka je $f(x) = xe^x$. Nađite red potencija funkcije f, integrirajte ga te nađite sumu reda
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(n+2)}.$$

$5a$	$5b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

5. (a) (8 bodova) Pokažite da funkcija $f(x,y) = \frac{x-y^4}{x^3-y^4}$ nema limes u $(1,1)$.

   (b) (8 bodova) Neka su u i v dvaput diferencijabilne funkcije jedne varijable i neka je $c \neq 0$ konstanta. Dokažite da funkcija $f(x,y) = u(x+cy) + v(x-cy)$ zadovoljava sljedeću (jednodimenzionalnu valnu) jednadžbu

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0.$$

$4a$	$4b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 18.11.2013.

6. (a) (8 bodova) Izvedite jednadžbu za tangentu u točki (x_0, y_0) na krivulju $f(x, y) = c$.

   (b) (8 bodova) Funkcija $r(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ vektoru $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ pridružuje njegovu duljinu, za sve $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Dokažite da vrijedi $\nabla r^2 = 2\vec{r}$.