

Diferencijalni i integralni račun 2

2. kolokvij, 06.02.2017.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova)

(a) (10 bodova) Ispitajte tip lokalnih ekstrema funkcije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ zadane s

$$f(x, y) = x^2 + (-y - 1)x + y^2 + 2y.$$

(b) (10 bodova) Na skupu $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 2\}$ odredite minimum i maksimum funkcije $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 2y$.

Diferencijalni i integralni račun 2

2. kolokvij, 06.02.2017.

2. (ukupno 20 bodova)

(a) (10 bodova) Izračunajte masu tijela omeđenog s donje strane skupom $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq |x|, z = 0\}$, a s gornje strane plohom $z = x^2y + 1$.

Tijelo ima gustoću $\rho(x, y, z) = 2yz$.

Napomena: Masa tijela zadanog skupom S računa se formulom $\iiint_S \rho dx dy dz$.

(b) (10 bodova) Izračunajte integral

$$\iint_{\Omega} (x^2 + y^2 - y) dx dy$$

gdje je $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$.

Diferencijalni i integralni račun 2
2. kolokvij, 06.02.2017.

3. (ukupno 10 bodova)

Izračunajte

$$\int_C (x^3 y dx + x^4 y dy)$$

gdje je C pozitivno orijentirana krivulja po rubu trokuta s vrhovima u $(0, 0)$, $(-1, 0)$ i $(0, -1)$.

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

2. kolokvij, 06.02.2017.

4. (10 bodova) Izrazite površinu skupa ograničenog kardioidom (krivuljom danom jednadžbom $r = 1 + \cos \theta$ u polarnim koordinatama) pomoću uzastopnih integrala. Integrale nije potrebno računati.
5. (10 bodova) Neka je V volumen tijela omeđenog parabolčkim valjkom $y = 4 - z^2$ i valjkom $y = |x|$. Napišite formulu za V u obliku

$$V = \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} dx dy dz.$$

6. (10 bodova) Nađite jednadžbu u sferičkim koordinatama za sferu

$$x^2 + y^2 + (z - R)^2 = R^2.$$

7. (10 bodova) Izračunajte Jacobian transformacije
 $x = u^2 + 2uw$, $y = v^2 + 2uw$, $z = uvw$.
8. (10 bodova) Koristeći Greenov teorem izračunajte površinu skupa ograničenog krivuljama $xy = 3$ i $x + y = 4$.

Diferencijalni i integralni račun 2

2. kolokvij, 06.02.2017.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova)

(a) (10 bodova) Ispitajte tip lokalnih ekstrema funkcije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ zadane s

$$f(x, y) = y^2 + (-x - 1)y + (x + 1)^2.$$

(b) (10 bodova) Na skupu $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 2\}$ odredite minimum i maksimum funkcije $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 2x + 1$.

Diferencijalni i integralni račun 2

2. kolokvij, 06.02.2017.

2. (ukupno 20 bodova)

- (a) (10 bodova) Izračunajte masu tijela omeđenog s donje strane skupom $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq |y|, z = 0\}$, a s gornje strane plohom $z = xy^2 + 2$. Tijelo ima gustoću $\rho(x, y, z) = 2xz$.

Napomena: Masa tijela zadanog skupom S računa se formulom $\iiint_S \rho dx dy dz$.

- (b) (10 bodova) Izračunajte integral

$$\iint_{\Omega} (x + x^2 + y^2) dx dy$$

gdje je $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$.

Diferencijalni i integralni račun 2

2. kolokvij, 06.02.2017.

3. (ukupno 10 bodova)

Izračunajte

$$\int_C (x^4 y dx + x^5 y dy)$$

gdje je C pozitivno orijentirana krivulja po rubu trokuta s vrhovima u $(0, 0)$, $(1, 0)$ i $(0, -1)$.

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

2. kolokvij, 06.02.2017.

- (10 bodova) Izrazite površinu skupa unutar kružnice $r = 2 \sin \theta$ a izvan kružnice $r = 1$ (kružnice su zadane u polarnim koordinatama) pomoću uzastopnih integrala. Integrale nije potrebno računati.
- (10 bodova) Neka je V volumen tijela omeđenog parabolčkim valjkom $y = 4 - z^2$ i valjkom $y = |x|$. Napišite formulu za V u obliku

$$V = \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} dz dy dx.$$

- (10 bodova) Opišite gornju polovicu kugle $(x+R)^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ pomoću nejednakosti u sferičkim koordinatama.
- (10 bodova) Izračunajte Jacobian transformacije
 $x = (1 + w \cos v) \cos u$, $y = (1 + w \cos v) \sin u$, $z = wu \sin v$.
- (10 bodova) Koristeći Greenov teorem izračunajte površinu skupa ograničenog krivuljama $y = 4 - x^2$ i $y = 0$.