

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 18.02.2019.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Dozvoljeno je korištenje službenih formula s trigonometrijskim formulama, tablicom derivacija i integrala. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 18 bodova)

(a) (10 bodova) Odredite interval konvergencije (ne trebate ispitivati konvergenciju u rubovima) reda potencija

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n^2) \ln n}{2^n} x^n.$$

(b) (8 bodova) Odredite e^{-2} s greškom manjom od 10^{-4} .

Diferencijalni i integralni račun 2
popravni kolokvij, 18.02.2019.

2. (ukupno 16 bodova)

(a) (8 bodova) Ispitajte globalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = \frac{-2x}{x^2 + y^2 + 1}$$

na skupu $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, -x \leq y \leq x\}$.

(b) (8 bodova) Izračunajte integral

$$\iint_D (3xy^3 - y) dx dy,$$

pri čemu je D područje u ravnini ograničeno krivuljama $y = |x|$ i $y = -|x|$ za $x \in [-1, 1]$.

Diferencijalni i integralni račun 2
popravni kolokvij, 18.02.2019.

3. (ukupno 16 bodova)

(a) (7 bodova) Izračunajte krivuljni integral druge vrste vektorskog polja

$$F(x, y) = (y, x)$$

duž krivulje $\gamma : [0, \frac{\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (\sin(2t), \cos(t))$.

(b) (9 bodova) Izračunajte

$$\iiint_{\Omega} \sqrt{2}xz \, dx \, dy \, dz$$

gdje je $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq y \geq z \geq 0\}$.

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 18.02.2019.

4. (10 bodova) Odredite za koje $p \in \mathbb{R}$ red

$$\sum_{k=0}^{\infty} k e^{-pk}$$

konverigira.

5. (10 bodova) Dokažite da funkcija

$$f(x, y) = \frac{\sin x + y^3 - 3y^2 + 3y - 1}{x - y^2 + 2y - 1}$$

nema limes u $(0, 1)$.

6. (10 bodova) Dajte primjer plohe $z = f(x, y)$

- koja sadrži točku $(0, 0, 1)$ te
- čija je nivo krivulja za nivo $c = 1$ u točki $(0, 0, 1)$ okomita na vektor $\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

7. (10 bodova) Izračunajte

$$\iint_{\Omega} e^x \sin(xy) \, dx \, dy,$$

gdje je Ω skup omeđen s krivuljom $x = 4 - y^2$ i s y osi.

8. (10 bodova) Uzastopni integral u sferičkim koordinatama

$$\int_0^{\pi/4} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{1}{\cos \phi}} \rho^2 \sin \phi \, d\rho \, d\theta \, d\phi$$

predstavlja volumen tijela T . Skicirajte tijelo T i napišite formulu za volumen od T pomoću integrala u pravokutnim koordinatama.