1a	1b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi ispitni rok, 19.2.2024.

Napomene: Odmah potpišite svih ŏsam listova koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova)

   (a) (5 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija

   $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \ln(n^2)}{(2n^3+1) \cdot 3^n} x^n.$$

   (b) (5 bodova) Ispitajte konvergenciju reda iz (a) dijela u pozitivnom rubu područja konvergencije.

   (c) (5 bodova) Koristeći Taylorov polinom i pripadni ostatak za funkciju $\sin(x)$, izračunajte

   $$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x) - x + \frac{x^3}{6}}{x^5}.$$

$2a$ $2b$

JMBAG

IME I PREZIME

2. (ukupno 15 bodova) Neka je $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}$ funkcija zadana s

$$f(x,y) = \frac{x+y}{x^2+y^2}.$$

(a) (10 bodova) Odredite globalne ekstreme funkcije f na području

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

(b) (5 bodova) Postiže li f globalni maksimum i minimum na svojoj domeni? Detaljno obrazložite svoj odgovor.

JMBAG

IME I PREZIME

3. (ukupno 20 bodova)

(a) (13 bodova) Izračunajte trostruki integral

$$\iiint\limits_D (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}\, dx\, dy\, dz\,,$$

gdje je D podskup prvog oktanta $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0\}$ omeđen plohama

$$x^2 + y^2 + z^2 = 25\,,\ \ z = \sqrt{x^2 + y^2}\ \text{ i } z = 2\sqrt{x^2 + y^2}\,.$$

(b) (7 bodova) Izračunajte integral

$$\int_C (y^4 - 2y)\, dx - (6x - 4xy^3)\, dy\,,$$

gdje je C pozitivno orijentiran rub pravokutnika određenog točkama $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(6, 4)$ i $(0, 4)$.

4	5	6	7	8

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi ispitni rok, 19.2.2024.

4. (10 bodova) Neka je zadano vektorsko polje

$$\mathbf{G}(x,y,z) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}\right) \quad .$$

- Da li je polje $\mathbf{G}$ konzervativno u točki $T(0,1)$?
- Ako je, nađite mu potencijal. Ako nije, obrazložite!

5. (10 bodova) Izračunajte

$$\iint_D x^3 y \, dy \, dx \quad ,$$

gdje je $D \subset \mathbf{R}^2$ kružni odsječak

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \; ; \; x^2 + y^2 \leq 1 \; , \; y \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\} \quad .$$

Skicirajte skup D .

6. (10 bodova) Nađite Taylorov red funkcije

$$f(x) = \frac{x^3}{2-x}$$

oko točke $c = 0$ te mu odredite radijus konvergencije.

7. (10 bodova) Neka je $\mathcal{O} \subset \mathbf{R}^2$ otvoren skup te neka su $u : \mathcal{O} \to \mathbf{R}$ i $u : \mathcal{O} \to \mathbf{R}$ diferencijabilna skalarna polja na $\mathcal{O}$. Pokažite da za vektorsko polje $\mathbf{F} : \mathcal{O} \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}^3$, dano formulom $\mathbf{F}(x, y, z) = (u(x, y), v(x, y), 0)$ vrijedi

$$\operatorname{rot} \mathbf{F} = \left(0, 0, \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad .$$

8. (10 bodova) Neka je $\mathbf{G}$ vektorsko polje zadano u 4. zadatku. Izračunajte krivuljni integral druge vrste

$$\int_{\vec{\Gamma}} \mathbf{G} \cdot dS \ ,$$

gdje je Γ pozitivno orijentirana kružnica

$$\Gamma = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ ; \ x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0 \ \} \ .$$