$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi ispitni rok, 05.02.2024.

Napomene: Odmah potpišite svih osam listova koje ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova)

   (a) (8 bodova) Izračunajte limes

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{arctg} x - x\cos x - \frac{x^3}{6}}{x^5}.$$

   (b) (7 bodova) Odredite površinu podskupa ravnine koji je omeđen krivuljama

$$y = 1 - x^2 \quad \text{i} \quad y = x^2 - 3.$$

2a	2b

JMBAG

IME I PREZIME

2. (ukupno 15 bodova)

   (a) (ukupno 7 bodova) Odredite koeficijente a_n u Taylorovom redu $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ oko nule funkcije
   $$f(x) = (x+1) \cdot (\cos^2(x) - \sin^2(x)).$$

   (b) (ukupno 8 bodova) Ispitajte konvergira li red
   $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \ln(n^3) + n}{\sqrt{n} + 2}.$$

JMBAG

IME I PREZIME

3. (ukupno 20 bodova)

(a) (13 bodova) Odredite tip lokalnih ekstrema funkcije $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ zadane s

$$f(x, y, z) = x^2 - y \sin z + 8xz\,.$$

(b) (7 bodova) Odredite globalni minimum funkcije $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zadane s

$$g(x, y) = e^{-x^2-y^2} \left(x^4 + y^4 + x^2 + y^2\right)\,.$$

4	5	6	7	8

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi ispitni rok, 05.02.2024.

4. (**10 bodova**) Da li je

$$f(x, y, z) = \sin x + 2y + e^{yz}$$

diferencijabilna u točki $O(0,0,0)$? Ako je, onda pomoću prvog diferencijala nađite približnu vrijednost za

$$\Delta f = f(0.1, 0.2, 0.01) - f(0,0,0) \ .$$

5. (10 bodova) Izračunajte

$$\int_0^1 \int_{x^2}^{x} e^{-\frac{x}{\sqrt{y}}}\, dy\, dx \quad .$$

6. (10 bodova) Odredite skup svih $x \in \mathbf{R}$ za koje red

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{n!}$$

konvergira

7. (10 bodova) Neka su $A(-1,0), B(0,1)$ i $C(1,0)$. Odredi točku $T(x,y)$ takvu da suma kvadrata udaljenosti od T do A, od T do B i od T do C, tj.

$$f(x,y) = d(T,A)^2 + d(T,B)^2 + d(T,C)^2$$

bude minimalna. Skicirajte položaj točaka A, B, C i T u ravnini.

Napomena: Nije potrebno dokazivati da je riječ o globalnom minimumu. Dovoljno je naći lokalni.

8. (10 bodova) Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} (y + e^{\sqrt{x}})dx + (2x + \cos(y^2))dy \ \ ,$$

gdje je Γ pozitivno orijentirana zatvorena krivulja, čiji je donji dio

$$\mathcal{P}_1 = \{(x, x^2) \ : \ 0 \le x \le 1 \ \} \ \ ,$$

a gornji

$$\mathcal{P}_2 = \{(y^2, y) \ : \ 0 \le y \le 1 \ \} \ \ .$$

Skicirajte krivulju.