

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Drugi kolokvij – 29. 1. 2025.

Napomene: Odmah potpišite sve listove koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora niti ikakvih formula osim onih koje će vam biti podijeljene na početku pisanja. Svaki oblik varanja (uključujući i samo posjedovanje pametnih uređaja blizu sebe) može biti sankcionirano prijavom Stegovnom povjerenstvu i privremenom zabranom polaganja kolegija.

Zadatak 1. (20 bodova)

- (a) (10 bodova) Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = x^2 - 4x + y^2x + y^3$.
- (b) (10 bodova) Odredite globalne ekstreme gornje funkcije na

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 3\}.$$

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Drugi kolokvij – 29. 1. 2025.

Zadatak 2. (15 bodova)(a) (7 bodova) Izračunajte površinu skupa omeđenog krivuljama $y = x^4$ i $x = y^4$.(b) (8 bodova) Koristeći Greenov teorem izračunajte $\int_C e^x dx + y^3 x dy$ po rubu skupa

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 1/2\}$$

u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Drugi kolokvij – 29. 1. 2025.

Zadatak 3. (15 bodova) Izračunajte $\iiint_{\Omega} z \, dx dy dz$ gdje je

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 1, x \leq 0\}.$$

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Drugi kolokvij – 29. 1. 2025.

Zadatak 4. (10 bodova) Neka je

$$\mathbf{v}(x, y) = \frac{1}{(x^2 + y^2)^\alpha} (-y, x) \ .$$

Odredite $\alpha \in \mathbf{R}$ tako da bude

$$\int_{\bar{\Gamma}} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} = 1 \ ,$$

gdje je Γ pozitivno orijentirana kružnica radijusa 2 sa središtem u ishodištu .

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Drugi kolokvij – 29. 1. 2025.

Zadatak 5. (10 bodova) Neka je

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\} \text{ .}$$

Izračunajte

$$\iiint_D x^5 \, dx \, dy \, dz \text{ .}$$

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Drugi kolokvij – 29. 1. 2025.

Zadatak 6. (10 bodova) Neka je

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 9x^2 + 4y^2 \leq 36\} \text{ , } B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2x\}$$

te

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & , \ x \in A \setminus B \\ 1 & , \ x \in B \end{cases} \text{ .}$$

Izračunajte

$$\int_A f(x, y) \, dx \, dy \text{ .}$$

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Drugi kolokvij – 29. 1. 2025.

Zadatak 7. (10 bodova) Izračunajte

$$\int_0^1 \int_{\sqrt[3]{x}}^{\sqrt{x}} \sin\left(\frac{x}{y}\right) dy dx \ .$$

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Drugi kolokvij – 29. 1. 2025.

Zadatak 8. (10 bodova) Neka je

$$\mathbf{v} = (|x|, 0)$$

i neka je

$$\mathcal{S} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0\} ,$$

a Γ gornji dio krivulje $\mathcal{S}$ od točke $A(2, -2)$ do točke $B(0, -2)$. Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} .$$