JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi ispit – 29. 1. 2025.

Napomene: Odmah potpišite sve listove koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora niti ikakvih formula osim onih koje će vam biti podijeljene na početku pisanja. Svaki oblik varanja (uključujući i samo posjedovanje pametnih uređaja blizu sebe) može biti sankcionirano prijavom Stegovnom povjerenstvu i privremenom zabranom polaganja kolegija.

Zadatak 1. (15 bodova)

(a) (6 bodova) Odredite Taylorov polinom 3. stupnja za funkciju $f(x) = \sin(\sin x^2)$ oko nule.

(b) (9 bodova) Odredite radijus konvergencije r reda potencija $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ln(2n+1)}{2^{n+2}(n+2)^2} x^n$, te odredte konvergira li red za $x = r$ i $x = -r$.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi ispit – 29. 1. 2025.

Zadatak 2. (20 bodova)

(a) (10 bodova) Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = x^2 - 4x + y^2x + y^3$.

(b) (10 bodova) Odredite globalne ekstreme gornje funkcije na

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 3\}.$$

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi ispit – 29. 1. 2025.

Zadatak 3. (15 bodova)

(a) (7 bodova) Izračunajte površinu skupa omeđenog krivuljama $y = x^4$ i $x = y^4$.

(b) (8 bodova) Koristeći Greenov teorem izračunajte $\int_C e^x \, dx + y^3 x \, dy$ po rubu skupa

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 1/2\}$$

u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi ispit – 29. 1. 2025.

Zadatak 4. (10 bodova) Izračunajte

$$\int_0^1 \int_{\sqrt[3]{x}}^{\sqrt{x}} \sin\left(\frac{x}{y}\right)\, dy\, dx \quad .$$

JMBAG

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi ispit – 29. 1. 2025.

Zadatak 5. (10 bodova) Neka je niz (a_n) takav da je $0 \leq a_n \leq 1$ za sve $n \in \mathbf{N}$.

a) Ako red $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergira, mora li red $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ konvergirati?

b) Ako red $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergira, mora li red $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ divergirati?

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi ispit – 29. 1. 2025.

Zadatak 6. (10 bodova) Neka je

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4 \ \} \ .$$

Izračunajte

$$\iiint_D x^5 \, dx \, dy \, dz \ .$$

JMBAG

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi ispit – 29. 1. 2025.

Zadatak 7. (10 bodova) Za svaki $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ označimo s $f(x, y)$ kvadrat udaljenosti od točke $A(1, -1)$ do točke $B(x, y^2)$. Nađite i klasificirajte lokalne ekstreme funkcije f, ako postoje. Ima li f globalne ekstreme?

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi ispit – 29. 1. 2025.

Zadatak 8. (10 bodova) Neka je

$$\mathbf{v} = (|x|\,, 0)$$

i neka je

$$\mathcal{S} = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0 \ \} \ ,$$

a Γ gornji dio krivulje $\mathcal{S}$ od točke $A(2,-2)$ do točke $B(0,-2)$. Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} \mathbf{v} \cdot dS \ .$$

Skicirajte krivulju Γ.