

NAPREDNI FIZIČKI PRAKTIKUM 1
SMJER: ISTRAŽIVAČKI STUDIJ FIZIKE

**MAGNETSKA SUSCEPTIBILNOST
TEKUĆINA
(QUINCKEOVA METODA)**

ZADACI

1. Objasnite ukratko, sa mikroskopskog stanovišta, porijeklo *dija-*, *para-* i *feromagnetizma*.
2. Provjerite i obrazložite izraze (4) i (5).
3. Pripremite najmanje 3 otopine MnSO_4 u vodi različitih koncentracija (max. 40% tež.). Mjerite promjenu nivoa tekućine u magnetskom polju pomoću optičkog projektor (nakon baždarenja skale na zaslonu). Izračunajte specifičnu susceptibilnost otopina iz mjerenih vrijednosti. Prikažite specifičnu susceptibilnost svake otopine u ovisnosti o težinskim postotcima p_1 . Iz linearne regresije odredite susceptibilnost soli i vode za sve tri otopine.
4. Koristeći vrijednost za specifičnu susceptibilnost vode $\chi(\text{H}_2\text{O}) = -9.05 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{kg}$, iz nagiba pravca mjerenih krivulja odredite specifičnu susceptibilnost soli. Odredite pogreške.
5. Izračunajte molarnu susceptibilnost Mn^{2+} iona i njihov magnetski moment izražen u Bohrovim magnetonima. Pomoću periodičke tablice i Hundovih pravila odredite elektronsku konfiguraciju Mn^{2+} i njen spin, pa usporedite s eksperimentom.
6. Isperite aparaturu i izmjerite susceptibilnost već pripremljene otopine $\text{Gd}_2(\text{SO}_4)_2$ (koncentracija soli 2 g/100 g vode). Izračunajte magnetski moment iona Gd^{3+} i usporedite s vrijednošću koju dobivate iz elektronske konfiguracije.

Uvod

Djelovanje magnetskog polja na bilo koju tvar ima uvijek za posljedicu induciranje nekog efektivnog magnetskog momenta u toj tvari. Prema veličini tog momenta, karakteru njegove ovisnosti o magnetskom polju i smjeru s obzirom na smjer magnetskog polja, tvari se mogu podijeliti na:

- *Dijamagnetske tvari*, kod kojih inducirani moment ima suprotan smjer od magnetskog polja i proporcionalan je jakosti polja,
- *Paramagnetske tvari*, gdje se smjer magnetskog momenta poklapa sa smjerom magnetskog polja, a iznos momenta je također proporcionalan jakosti polja, te
- *Feromagnetske tvari*, u kojima paralelnost momenta i polja postoji, ali jednostavne proporcionalnosti među njima nema.

Magnetski moment tvari \mathbf{m} je vektorska suma momenata elementarnih magnetiča \mathbf{m}_i . Magnetizacija \mathbf{M} je magnetski moment po jedinici volumena V :

$$\mathbf{M} = \frac{\sum \mathbf{m}_i}{V} = \frac{\mathbf{m}}{V}. \quad (1)$$

Magnetska volumna susceptibilnost je definirana kao $\chi_v = M/H$, gdje je magnetsko polje H povezano s B kao $B = \mu_0 \mu_r H$, a vrijedi i da je $\mu_r = 1 + \chi_v$. U SI sustavu jedinica, χ_v je bezdimenzionalna veličina, budući i (volumna) magnetizacija M i magnetsko polje H imaju istu jedinicu.

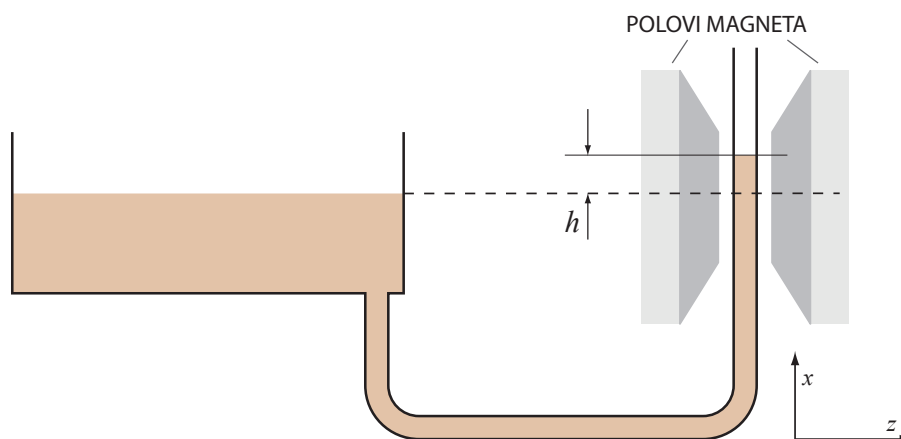
Za mnoge tvari, susceptibilnost je konstanta ako primjenjeno vanjsko polje nije prejako. Iz gornjih relacije se dobiva

$$m = \chi_v H V, \quad (2)$$

što se može napisati i kao (koristimo aproksimaciju $\mu_r \approx 1$):

$$M = (\mu_r - 1) \frac{B}{\mu_0} = \frac{\chi_v B}{\mu_0}. \quad (3)$$

Promotrimo sada neki uzorak koji se nalazi u vanjskom magnetskom polju B . Na mikroskopskom nivou, komponenta sile u x smjeru (vidi sl.1) na magnetski



Slika 1. 'U' cijev s krakovima različite širine. Uži kraj nalazi se između polova jakog magneta.

dipol magnetskog momenta \mathbf{m} zbog primjenjenog magnetskog polja \mathbf{B} jednaka je:

$$F_{xm} = m_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + m_y \frac{\partial B_x}{\partial y} + m_z \frac{\partial B_x}{\partial z}. \quad (4)$$

Od tuda lako dobivamo silu po jedinici volumena u točki tekućine u 'U' cijevi ilustrirane na sl.1:

$$\frac{F_{xm}}{\text{vol.}} = F_{x-\text{vol}} = \chi_v \frac{B_z}{\mu_0} \frac{dB_z}{dx}. \quad (5)$$

kad se uzme da je B u z -smjeru u volumenu gdje je smještena tekućina. Ta se jednadžba može napisati i na drugi način:

$$F_{x-\text{vol}} = \frac{\chi_v}{2\mu_0} \frac{d(B_z^2)}{dx}. \quad (6)$$

Sila koja djeluje na element površine S i duljine dx stupca tekućine je $F_{x-\text{vol}} S dx$, pa je ukupna sila F na tekućinu jednaka:

$$F = S \int F_{x-\text{vol}} dx = \frac{S\chi_v}{2\mu_0} \int \frac{d(B_z^2)}{dx} dx = \frac{S\chi_v}{2\mu_0} (B^2 - B_0^2). \quad (7)$$

Integraciju smo uzeli preko cijele tekućine, pa je prema tome B polje na površini između polova magneta, a B_0 polje na vanjskoj površini dalje od magneta. Za dovoljno dugačak uzorak može se uzeti da je $B_0 = 0$.

Uređaj se sastoji od staklene 'U' cijevi s krakovima različite širine (sl.1). Uži krak cijevi (3 – 5 mm) nalazi se unutar polova jakog magneta. Količina tekućine

nepoznate susceptibilnosti je upravo tolika da se menisk u užem kraku cijevi nalazi u sredini polova magneta, gdje je polje najjače i najhomogenije. Usporedi li se visina meniska tekućine u užem kraku cijevi kad se ona nalazi izvan polja i u njemu, vidi se da kod stavljanja cijevi u polje dolazi do pomaka meniska za h . Menisk se dignuo ili spustio, zavisno od toga da li je tekućina paramagnetična ili dijamagnetična. Istovremeno je došlo i do promjene visine h' nivoa u širem kraku cijevi ali budući da je presjek tog kraka puno veći od užeg kraka, ta se promjena visine može zanemariti. Tekućina se giba pod djelovanjem ukupne sile F dok se ne uravnoteži tlakom na površini S zbog razlike u visini tekućine h između površine tekućine kad je uključeno polje i kad nema polja. Uzimajući u obzir susceptibilnost χ_{vz} i gustoću ρ_z zraka kojeg tekućina izmješta dobiva se:

$$\frac{S(\chi_v - \chi_{vz})}{2\mu_0}(B^2 - B_0^2) = Sh(\rho - \rho_z)g, \quad (8)$$

gdje je g ubrzanje sile teže. Konačno dobivamo izraz

$$(\chi_v - \chi_{vz})(B^2 - B_0^2) = 2\mu_0h(\rho - \rho_z)g. \quad (9)$$

U praksi su korekcije zbog zraka zanemarive, (uzimamo i da je $B_0 = 0$), pa se dobiva

$$\rho gh = \chi_v \frac{B^2}{2\mu_0}, \quad (10)$$

gdje je $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m.

Osim volumne susceptibilnosti χ_v , u literaturi se još koriste i specifična susceptibilnost χ i molarna susceptibilnost χ_{mol} . One su definirane relacijama:

$$\chi = \chi_v / \rho \quad (11)$$

$$\chi_{mol} = M_r \chi, \quad (12)$$

gdje je ρ gustoća tvari ($[\rho] = \text{m}^3/\text{kg}$), a M_r relativna atomska ili molekularna masa tvari ($[M_r] = \text{kg}/\text{mol}$).

Koristeći relaciju (10) dobivamo specifičnu susceptibilnost tekućine kao

$$\chi = \frac{\chi_v}{\rho} = 2\mu_0 \frac{gh}{B^2}. \quad (13)$$

Jednadžba (13) pokazuje da se χ (ili χ_v) može dobiti iz grafa ovisnosti h o B^2 kao nagib pravca. U nehomogenom magnetskom polju, paramagnetske tvari

($\chi > 0$) su uvučene u jače magnetsko polje, a dijamagnetske ($\chi < 0$) su izbačene iz magnetskog polja.

Specifična susceptibilnost otopine χ_{12} paramagnetske soli se dobija kao suma susceptibilnosti početnih komponenti:

$$\chi_{12} = \frac{[p_1\chi_1 + (100\% - p_1)\chi_2]}{100\%}, \quad (14)$$

gdje smo definirali oznake:

- p_1 je težinski postotak tvari 1 (soli),
- χ_1 je specifična susceptibilnost tvari 1 tj. soli,
- χ_2 je specifična susceptibilnost tvari 2 tj. vode,
- χ_{12} se mjeri iz relacije (13) mjerenjem visine h otopine u magnetskom polju, te mjerenjem toga magnetskog polja, tj. indukcije B .

Paramagnetizam

Ne upuštajući se u tumačenje porijekla magnetskih momenata, P. Langevin je promatrao paramagnetski plin kao mnoštvo molekula koje se ponašaju kao mali magneti momenta \mathbf{m} . U odsustvu vanjskog magnetskog polja mogu smjerovi tih momenata imati bilo koju orijentaciju u prostoru, pa je ukupni magnetski moment nekog volumena plina uvijek jednak nuli. Kad se ukopča vanjsko polje, elementarni magneti se počinju orijentirati, tj. nastoje zauzeti smjer tog polja. Potpunu polarizaciju sprečava temperaturno gibanje molekula. Rezultat istovremenog orijentacijskog djelovanja vanjskog polja i sasvim suprotnog, dezorijentacionog djelovanja temperaturnog gibanja, je neko ravnotežno stanje u kojem su smjerovi magnetskih dipolnih momenata u pravcu polja vjerojatniji od drugih.

Opis mjerenja susceptibilnosti otopine

Zadatak ove vježbe je odrediti magnetsku susceptibilnost i magnetski moment Mn^{2+} i Gd^{3+} iona. Mjerenje će se izvršiti na otopinama sulfata u destiliranoj vodi. Budući da se spomenute otopine sastoje od vode i otopljene soli, a u

slučaju velikog razrijeđenja, gdje je disocijacija soli gotovo potpuna, iz vode te Mn^{2+} ili Gd^{3+} i SO_4^{2-} iona, mjerenje će dati neku sumarnu susceptibilnost svih sastavnih dijelova. Postoji tzv. Wiedemannovo pravilo koje kaže da je kod vrlo razrijeđenih otopina volumna susceptibilnost otopine jednaka algebarskoj sumi volumnih susceptibilnosti vode i soli. Isto se tako može uzeti da je kod velikih razrijeđenja molarna susceptibilnost otopljene soli sastavljena iz molarnih susceptibilnosti pojedinih iona, u našem slučaju iz Mn^{2+} (ili Gd^{3+}) i SO_4^{2-} iona. Na taj način, poznavajući susceptibilnost otopine, vode i SO_4^{2-} iona, možemo, u principu, naći i susceptibilnost iona mangana i gadolinija. Uzmimo, dakle, da ćemo mjerenjem pomoću *Quinckeove metode* dobiti volumnu susceptibilnost χ_v (otopina), vodene otopine soli gustoće ρ . Tada prema Wiedemannovom pravilu za susceptibilnost same soli dobivamo:

$$\chi_v(sol) = \chi_v(\text{otopina}) - \chi_v(\text{voda}). \quad (15)$$

To prema definicionoj relaciji za molarnu susceptibilnost soli daje

$$\chi_{\text{mol}}(sol) = \frac{[\chi_v(\text{otopina}) - \chi_v(\text{voda})]M_r}{\rho(sol)}. \quad (16)$$

Ovdje je važno napomenuti da $\rho(sol)$ nije gustoća same kristalne soli, već masa bezvodne soli podijeljena s ukupnim volumenom otopine. Koristeći pravilo o aditivnoj molarnoj susceptibilnosti dobivamo konačno:

$$\chi_{\text{mol}}(ion) = \frac{[\chi_v(\text{otopina}) - \chi_v(\text{voda})]M_r}{\rho(sol)} - \chi_{\text{mol}}(\text{SO}_4^{2-}). \quad (17)$$

U računu se mogu koristiti ovi podaci (u SI sustavu):

- $\chi_v(\text{voda}) = -9.04 \times 10^{-6}$,
- $\chi_{\text{mol}}(\text{SO}_4^{2-}) = -4.22 \times 10^{-10} \text{ m}^3/\text{mol}$.

Mjerenja drugih autora pokazuju da ioni mangana i gadolinija imaju paramagnetska svojstva. To znači da se kod izračunavanja njihovog magnetskog momenta treba koristiti relacijom

$$\langle m_H \rangle = \frac{m^2 H \mu_0}{3k_B T}, \quad (18)$$

gdje je $\langle m_H \rangle$ prosječna vrijednost projekcije magnetskog momenta iona na smjer polja, m je magnetski moment iona, H je vrijednost magnetskog polja, T apsolutna temperatura, a k_B Boltzmanova konstanta. Iz toga slijedi da je magnetski moment jednog mola tvari jednak $N_A m^2 \mu_0 H / (3k_B T)$, gdje je N_A Avogadrova konstanta. Podijelimo li taj izraz s H , dobit ćemo molarnu susceptibilnost. Za ione mangana, čija susceptibilnost je određena relacijom (17), vrijedi

$$\chi_{\text{mol}}(\text{Mn}^{2+}) = \frac{N_A m^2 \mu_0}{3k_B T}, \quad (19)$$

što za magnetski moment Mn^{++} iona daje

$$m = \left[\frac{3k_B T \chi_{\text{mol}}(\text{Mn}^{2+})}{N_A \mu_0} \right]^{1/2}. \quad (20)$$

i analogno za gadolinij.

Ako se kod izračunavanja pomoću ove formule uzima temperatura u Kelvinovim stupnjevima, a molarna susceptibilnost u jedinicama m^3/mol , dobit će se magnetski moment u elektromagnetskim jedinicama J/T . Vrlo često se magnetski momenti izražavaju u Bohrovim magnetonima μ_B . Tada relaciju (20) treba još podijeliti s $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$.

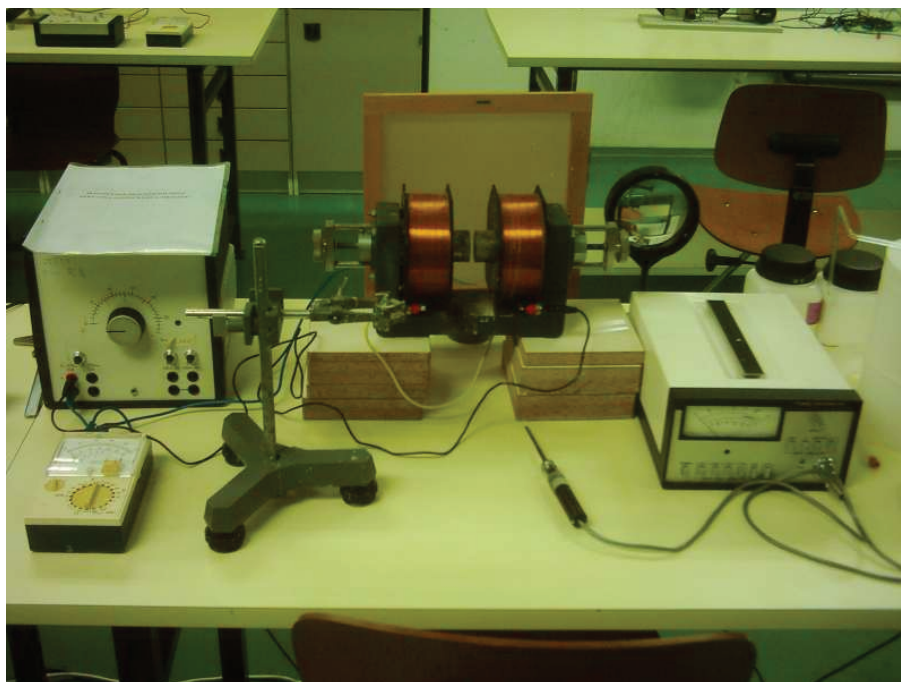
Eksperimentalni uređaj

Uređaj za mjerenje magnetske susceptibilnosti tekućina prikazan je na sl.2. Zavojnice elektromagneta treba spojiti u paralelu, a zatim ih preko ampermetra spojiti na promjenjivi transformator ili ispravljač ($25 \text{ V} \sim /20 \text{ V} \Rightarrow$). Da bi se dobio dovoljno jako magnetsko polje potrebno je da kroz ampermetar teče struja do 4 A. Na sl.3 prikazan je elektromagnet. Vijci služe za reguliranje procjepa polova elektromagneta. Za razne procjepove dobivaju se različita magnetska polja (do 0.7 T).

Magnetsko polje između polova magneta mjerimo *gaussmetrom* koji je prikazan na sl.4. Za pripremanje otopine koristite destiliranu vodu.

Važne napomene

Molimo da se pridržavate sljedećih uputa:

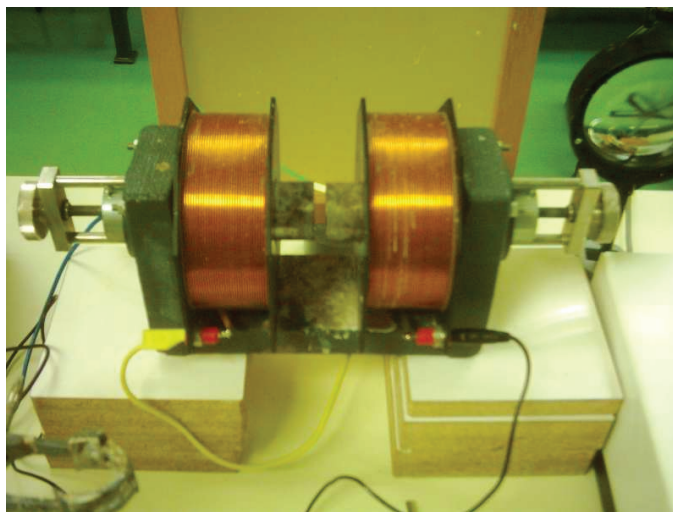


Slika 2. Postav vježbe za mjerenje magnetske susceptibilnosti tekućine pomoću Quinckeove metode.

- Maksimalna dozvoljena struja kroz (serijski spojene) zavojnice je $I_{MAX} = 4 \text{ A}$!
- Pri uključenju elektromagneta javlja se privlačna sila između polova, te se oni primaknu jedan prema drugome za djelić milimetra.
- Pazite da polovi ne zdrobe kapilaru Quinckeove cijevi!

Mjerenje

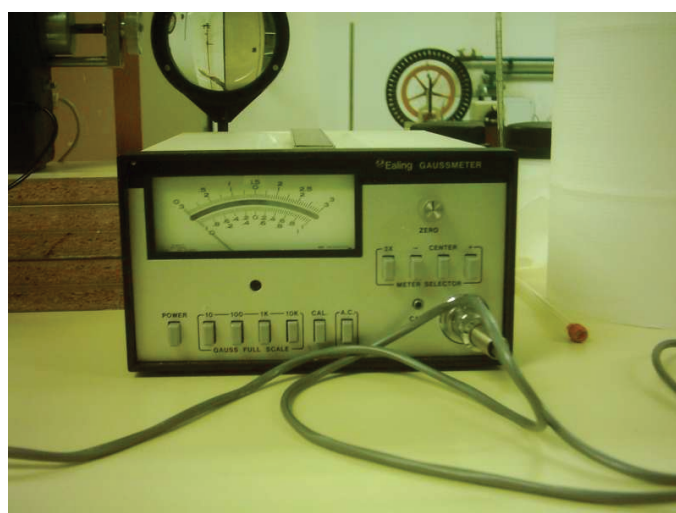
Quinckeovu cijev napunite tekućinom tako da njena površina u kapilari dosegne polovicu visine polova i položaj nule QC. Pomoću pipete podesite preciznije nulti nivo. Dobro začepite široki dio cijevi čepom kroz koji prolazi gumena cijev. Uključite polje, i nekoliko puta stisnite gumenu cijev tako da tekućina u kapilari svlada površinsku napetost i smoči staklo. Kad se tekućina smiri, izmjerite položaj površine, isključite polje i ponovno izmjerite 'nulti' položaj (za slučaj da



Slika 3. Elektromagnet.

se malo pomaknuo). Traženi pomak razine tekućine je srednja vrijednost pomaka pri uključivanju i isključivanju polja. Ponovite mjerenje nekoliko puta sa svakom otopinom. Kako je dijametar cijevi izvan dosega magnetskog polja mnogo veći od kapilarnog, spuštanje tekućine u tom dijelu može se zanemariti. Za točno očitavanje koristite optički sustav koji projicira sliku kapilare na zaslon. Udaljenosti na zaslonu baždariate (npr. pomoću poznatog vanjskog promjera kapilare).

Nakon promjene otopina, Quinckeovu cijev treba pažljivo i dobro oprati s destiliranom vodom, alkoholom i osušiti fenom.



Slika 4. Gaussmetar.