

# Poincaréov model hiperboličke ravnine

*Vjekoslav Kos*

Hiperbolička geometrija je neeuclidiska geometrija u kojoj ne vrijedi Euklidov peti postulat. Jedan od poznatijih modela takve geometrije jest zasigurno Poincaréov model hiperboličke ravnine, tj. Poincaréov model diska. Taj model razvio je francuski matematičar Henri Poincaré krajem 19. stoljeća kako bi prikazao svojstva hiperboličke ravnine na intuitivan i geometrijski pregledan način. U ovom modelu cijela hiperbolička ravnina prikazana je unutar otvorenog kruga, najčešće jediničnog diska. Sve točke hiperboličke ravnine nalaze se unutar kruga, dok njegova rubna kružnica ne pripada prostoru, nego predstavlja granicu u beskonačnosti.

Poincaré u svom modelu prikazuje pravce kao lukove kružnica koji sijeku rubnu kružnicu pod pravim kutom. Jedina iznimka (kada pravci nisu lukovi već ravne linije) su promjeri diska, koji su istodobno i euklidski i hiperbolički pravci. Pravci hiperboličke ravnine su zakrivljeni jer predstavljaju najkraće putove između dviju točaka u hiperboličkom prostoru.

U Poincaréovom modelu moguće je jasno uočiti razlike između euklidske i hiperboličke geometrije kroz već spomenuti Euklidov peti postulat; u euklidskoj geometriji kroz točku izvan pravca prolazi točno jedan paralelan pravac, dok u hiperboličkoj geometriji kroz istu točku prolazi beskonačno mnogo paralelnih pravaca.

Jedna od karakteristika modela je da čuva kutove između krivulja, tj. mjere kutova u hiperboličkoj geometriji jednake su njihovim prikazima unutar diska. Naime, zbroj unutarnjih kutova trokuta uvijek iznosi manje od 180 stupnjeva. Što je trokut veći, to je razlika između 180 stupnjeva i stvarnog zbroja kutova veća.

Iako Poincaréov model čuva kutove, on isto tako vizualno deformira duljine. Naime, kako se približavamo rubu diska hiperbolička udaljenost do ruba je sve veća, a iako se objekti vizualno smanjuju, u hiperboličkom smislu zauzimaju značajan prostor. Rub diska ne može se dosegnuti konačnom hiperboličkom udaljenošću, tj. rubna kružnica nalazi se na beskonačnoj hiperboličkoj udaljenosti od bilo koje unutarnje točke. Zbog ovih karakteristika je model iznimno koristan za proučavanje geometrijskih konstrukcija i transformacija.

Zbog svoje preglednosti i očuvanja kutova, Poincaréov model diska danas se smatra jednim od bitnijih alata za proučavanje hiperboličke geometrije. Omogućuje prikaz beskonačnog prostora unutar konačne slike te pomaže u razumijevanju geometrijskih svojstava koja se razlikuju od onih u dobro poznatoj euklidskoj geometriji.

**Izvori:** *Michael P. Hitchman, [The Poincaré Disk Model](#)*

*Nicholas Jackiw, [The Geometer's Sketchpad: Non-Euclidean Geometry & The Poincaré Disk](#)*