

D'Alembert i limesi

Martina Bulaja

Jean-Baptiste le Rond d'Alembert (1717.–1783.) bio je francuski matematičar, fizičar i filozof te jedan od najistaknutijih predstavnika europskog prosvjetiteljstva. Kao suurednik znamenite „Enciklopedije“ nastojao je ne samo širiti znanstvena znanja nego i razjasniti njihove teorijske temelje. Posebno ga je zanimalo pitanje limesa, koje je u 18. stoljeću predstavljalo jedan od najvećih izazova u razumijevanju infinitezimalnog računa.

Iako su matematičari poput Newtona i Leibniza uspješno primjenjivali metode diferencijalnog i integralnog računa, njihovi su temelji bili predmet brojnih rasprava. Kritičari su upozoravali na nejasnoće povezane s beskonačno malim veličinama i logičkim statusom limesa. D'Alembert je smatrao da se matematika ne može oslanjati samo na uspješne rezultate, već da njezini osnovni pojmovi moraju biti jasno definirani. Zbog toga je 1754. godine u člancima „Limite“ i „Calcul différential“ pokušao dati preciznije objašnjenje pojma limesa.

Prema D'Alembertu, neka je veličina limes druge veličine ako joj se druga može približavati koliko god želimo blizu, odnosno više nego za bilo koju unaprijed zadanu malu veličinu. Međutim, pritom je postavio dva dodatna uvjeta: veličina koja se približava ne smije nikada dosegnuti svoj limes niti ga smije prijeći. Kao ilustraciju naveo je primjer pravilnih mnogokuta upisanih i opisanih oko kružnice. Povećavanjem broja stranica mnogokuta njihov se opseg sve više približava opsegu kružnice, ali se s njime nikada potpuno ne podudara. Za D'Alemberta je upravo opseg kružnice limes tih nizova mnogokuta.

Posebno je značajno što je D'Alembert pokušao objasniti diferencijalni račun bez oslanjanja na beskonačno male veličine. Pod utjecajem Newtonove metode „prvih i posljednjih omjera“, derivaciju je tumačio kao graničnu vrijednost omjera konačnih promjena. U analizi parabole pokazao je kako se omjer promjena dviju veličina može sve više približavati određenoj vrijednosti, koju je smatrao njihovim limesom. Time je naglasio da je bit diferencijalnog računa određivanje graničnih vrijednosti omjera, a ne manipuliranje beskonačno malim veličinama.

Bavio se i pitanjem jedinstvenosti limesa. Tvrdio je da dvije različite veličine ne mogu biti limes iste promjenjive veličine. Ako bi neka veličina mogla biti proizvoljno blizu jednoj vrijednosti, ne bi se istodobno mogla proizvoljno približiti drugoj, različitoj vrijednosti. Iako njegov dokaz nije bio formuliran suvremenim matematičkim jezikom, sadržavao je ideje koje su vrlo bliske današnjem shvaćanju jedinstvenosti limesa.

Unatoč važnosti njegovih razmišljanja, D'Alembertova definicija nije potpuno odgovarala suvremenom poimanju limesa. Danas znamo da članovi konvergentnog niza mogu dosegnuti svoj limes, pa čak i oscilirati oko njega. Ipak, D'Alembertov doprinos ostaje značajan jer je među prvima prepoznao potrebu za preciznim definiranjem pojma limesa i time otvorio put razvoju moderne matematičke analize. Njegov rad predstavlja važnu poveznicu između intuitivnog razumijevanja limesa u 17. i 18. stoljeću i formalnih definicija koje se koriste u matematici danas.

Reference: Dave Ruch, Investigations Into d'Alembert's Definition of Limit: A Mini-Primary Source Project for Students of Real Analysis and Calculus 2, <https://old.maa.org/press/periodicals/convergence/investigations-into-dalemberts-definition-of-limit-a-mini-primary-source-project-for-students-of>

David Ruch, Investigations Into d'Alembert's Definition of Limit, [https://old.maa.org/sites/default/files/images/upload_library/46/Barnett TRIUMPHS_MiniPSPs/MiniPSP_DAlembertLimit_Calc_2022_10_25.pdf](https://old.maa.org/sites/default/files/images/upload_library/46/Barnett_TRIUMPHS_MiniPSPs/MiniPSP_DAlembertLimit_Calc_2022_10_25.pdf)

Struik, Dirk J., A Source Book in Mathematics 1969, pp 341-345