

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 20.04.2016.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova) Izračunajte

(a) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x^2 + 1}{3x^2 + 1} \right)^{-1/\sin^2(2x)}$

(b) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos(2x)}{e^x - \cos x}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 20.04.2016.

2. (10 bodova) Odredite maksimalni volumen valjka kojemu je razmotani plašt pravokutnik opsega 12.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$	$3f$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 20.04.2016.

3. (ukupno 25 bodova) Neka je $f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$. Odredite:

- (a) (1 bod) domen funkcije f
- (b) (1 bod) nultočke
- (c) (5 bodova) asimptote
- (d) (6 bodova) intervale monotonosti i ekstreme
- (e) (8 bodova) zakrivljenost i točke infleksije
- (f) (4 boda) graf funkcije

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 20.04.2016.

4. (10 bodova) Da li je sljedeća tvrdnja istinita?

Ako $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) + g(x))$ postoji ali $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ne postoji, tada $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$ ne postoji.

Obrazložite svoj odgovor dokazom ili protuprimjerom.

5. (10 bodova) Dokažite da postoji barem jedno rješenje jednadžbe

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) - x + 1 = 0$$

na segmentu $[1, 2]$.

6. (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije funkcije, nađite derivaciju funkcije $f(x) = x^4$.

7. (10 bodova) Nađite sve brojeve b, c za koje funkcija

$$f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 3$$

ima točno jednu horizontalnu tangentu.

8. (10 bodova) Dokažite da vrijedi

$$1 - \frac{x^2}{2} < \cos x \text{ za sve } x > 0.$$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 20.04.2016.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (15 bodova) Izračunajte

(a) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+5}{x+3} \right)^{3/\sin(x^{-1})}$

(b) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{e^{2x} - \cos x}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 20.04.2016.

2. (10 bodova) Odredite maksimalni volumen valjka kojemu je suma visine i širine 9.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$	$3f$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 20.04.2016.

3. (ukupno 25 bodova) Neka je $f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{1-x} \right)$. Odredite:

- (a) (1 bod) domen funkcije f
- (b) (1 bod) nultočke
- (c) (5 bodova) asimptote
- (d) (6 bodova) intervale monotonosti i ekstreme
- (e) (8 bodova) zakrivljenost i točke infleksije
- (f) (4 boda) graf funkcije

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 20.04.2016.

4. (10 bodova) Da li je sljedeća tvrdnja istinita?

Ako $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) + g(x))$ i $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ postoje, moguće je da $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$ ne postoji.

Obrazložite svoj odgovor dokazom ili protuprimjerom.

5. (10 bodova) Dokažite da postoji barem jedno rješenje jednadžbe

$$x^3 - 3x - 4 = 0$$

na segmentu $[2, 3]$.

6. (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije funkcije, nađite derivaciju funkcije $f(x) = x^3 - 4x$.

7. (10 bodova) Nađite sve brojeve a, b za koje funkcija

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + 2x - 5$$

nema horizontalnih tangenti.

8. (10 bodova) Dokažite da vrijedi

$$\operatorname{tg} x > x \text{ za sve } x \in \langle 0, \pi/2 \rangle.$$