

1a	1b

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 21.6.2016.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Dozvoljeno je korištenje samo službenih formula s trigonometrijskim formulama, tablicom derivacija i integrala. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. Izračunajte:

(a) (8 bodova) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$

(b) (10 bodova) $\int e^{\sin x} \sin 2x \, dx$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 21.6.2016.

2. Izračunajte:

(a) (6 bodova) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x + 4 \cos x + 8} dx$

(b) (10 bodova) $\int x \sqrt{25 - x^4} dx$

Napomena za b): rješenje ne trebate pojednostavljivati.

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 21.6.2016.

3. (a) (8 bodova) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljom $r = \cos \varphi + \sin \varphi$ i polupravcima $\varphi = 0$ i $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
- (b) (8 bodova) Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom oko x -osi lika omeđenog grafom funkcije $f(x) = \sqrt{2x}$ te pravcima $x = 1$ i $y = 0$.

4a	4b	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 21.6.2016.

4. (a) (6 bodova) Neka je $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ proizvoljna particija segmenta $[0, 1]$ te neka je $f(x) = 2x + 1$. Izračunajte gornju i donju Darbouxovu sumu za danu funkciju i particiju.

- (b) (6 bodova) Koristeći odgovor na (a), izračunajte $\int_0^1 f(x) dx$.

Napomena: Odgovor na (b) koji ne koristi Darbouxove sume nosi 0 bodova.

5. (10 bodova) Neka je

$$\int_0^{x^2} t^2 f(\sqrt{t}) dt = x^6.$$

Nadite $f(1)$.

6. (10 bodova) Neka je Ω područje između grafa funkcije

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3}x & 0 < x < 1, \\ \sqrt{4-x^2} & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

i x -osi. Izrazite volumen tijela dobijenog rotacijom skupa Ω s obzirom na x -os kao integral po dy .

7. (8 bodova) Ispitajte ograničenost i monotonost niza $a_n = \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}$.

8. (10 bodova) Odredite da li sljedeći integral konverigira i ako konverigira izračunajte ga

$$\int_2^\infty \frac{dx}{x^2 - 1}.$$

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 21.6.2016.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Dozvoljeno je korištenje samo službenih formula s trigonometrijskim formulama, tablicom derivacija i integrala. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. Izračunajte:

(a) (8 bodova) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{2 + \cos x}}$

(b) (10 bodova) $\int \frac{e^{\tan x} \sin x \, dx}{\cos^3 x}$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 21.6.2016.

2. Izračunajte:

(a) (6 bodova) $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x + 6 \sin x + 13} dx$

(b) (10 bodova) $\int \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x}} dx$

Napomena za b): rješenje ne trebate pojednostavljivati.

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 21.6.2016.

3. (a) (8 bodova) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljom $r = \cos \varphi - \sin \varphi$ i polupravcima $\varphi = \frac{5\pi}{4}$ i $\varphi = \frac{3\pi}{2}$.
- (b) (8 bodova) Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom oko x -osi lika omeđenog grafom funkcije $f(x) = \sqrt{1-x}$ te pravcima $x = 0$ i $y = 0$.

4a	4b	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 21.6.2016.

4. (a) (6 bodova) Neka je $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ proizvoljna particija segmenta $[1, 2]$ te neka je $f(x) = x + 3$. Izračunajte gornju i donju Darbouxovu sumu za danu funkciju i particiju.

- (b) (6 bodova) Koristeći odgovor na (a), izračunajte $\int_1^2 f(x) dx$.

Napomena: Odgovor na (b) koji ne koristi Darbouxove sume nosi 0 bodova.

5. (10 bodova) Neka je

$$\int_0^{\sqrt{x}} t^3 f(t^2) dt = \frac{1}{2}x^2 + x.$$

Nadite $f(1)$.

6. (10 bodova) Neka je Ω područje između grafa funkcije

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3}x & 0 < x < 1, \\ \sqrt{4-x^2} & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

i x -osi. Izrazite volumen tijela dobijenog rotacijom skupa Ω s obzirom na y -os kao integral po dx .

7. (8 bodova) Ispitajte ograničenost i monotonost niza $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

8. (10 bodova) Odredite da li sljedeći integral konvergira i ako konvergira izračunajte ga

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2}.$$