

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 02.09.2016.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim kalkulatora i službenog lista s formulama.

1. Neka je $f(x) = \ln \frac{(x-1)^2}{x^2}$. Odredite:

- (a) (2 bodova) domen funkcije f
- (b) (4 bodova) asimptote
- (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, ekstreme i infleksije
- (d) (4 bodova) skicu grafa funkcije

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 02.09.2016.

2. (10 bodova) Čaša ima oblik uspravnog valjka (bez gornje plohe) volumena $128\pi\text{cm}^3$. Ako materijal za bazu košta 40 lipa po cm^2 a materijal za plašt 20 lipa po cm^2 , koji je polumjer najjeftinije čaše?

3a	3b

Diferencijalni i integralni račun 1
popravni kolokvij, 02.09.2016.

3. (a) (10 bodova) Izračunajte određeni integral

$$\int_0^{\pi} (x + \cos x)^2 dx.$$

- (b) (10 bodova) Izračunajte površinu skupa u prvom kvadrantu, određenog s x -osi, pravcem $y = x$ te krivuljom $y = \frac{2}{1+x^2}$.

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 02.09.2016.

4. Znajući da vrijedi $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 2$ i $\lim_{x \rightarrow c} h(x) = 0$, izračunajte sljedeće limese. Ako limes ne postoji, obrazložite tvrdnju.
 - (a) (4 boda) $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{h(x)}$
 - (b) (4 boda) $\lim_{x \rightarrow c} \frac{h(x)}{f(x)}$
 - (c) (4 boda) $\lim_{x \rightarrow c} f(x)^2$
5. (10 bodova) Neka su funkcije f i g neprekidne na $[a, b]$ te neka je $f(a) < g(a)$ i $g(b) < f(b)$. Dokažite da postoji barem jedan $c \in (a, b)$ takav da vrijedi $f(c) = g(c)$.
6. (8 bodova) Koristeći definiciju derivacije funkcije, nađite derivaciju funkcije $f(x) = x^3 - x^2 + x$.
7. (10 bodova) Neka je Ω krug $(x - b)^2 + y^2 \leq a^2$, $0 < a < b$. Tijelo dobiveno rotacijom skupa Ω oko y osi zove se *torus*. Izrazite volumen torusa kao integral po x varijabli.
8. (10 bodova) Ispitajte ograničenost i monotonost niza $a_n = \frac{n^2}{\sqrt{n^3+1}}$.