

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 26.04.2017.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova) Izračunajte

(a) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3^x - 4^x) \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos x}$

(b) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 \sin x + 1}{\sin x + 1} \right)^{\frac{1}{x}}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 26.04.2017.

2. (15 bodova) Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija zadana sa

$$f(x) = e^{-2x}.$$

Za proizvoljnu točku A unutar prvog kvadranta koja se nalazi na grafu funkcije f , neka je P_A površina trokuta kojeg omeđuju osi x i y , te tangenta na graf funkcije f u točki A . Odredite točku A za koju je površina P_A maksimalna.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$	$3f$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 26.04.2017.

3. (ukupno 20 bodova) Neka je $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$. Odredite:

- (a) (2 boda) domen funkcije f ,
- (b) (9 bodova) intervale monotonosti i ekstreme,
- (c) (9 bodova) kut između tangenti krivulja $y = f(x)$ i $y = \ln(4x - 4)$ u njihovoj zajedničkoj točki.

4	5a	5b	6	7a	7b	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 26.04.2017.

4. (10 bodova) Da li je sljedeća tvrdnja istinita?

Ako $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)}$ postoji, tada postoje i $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$.

Objasnite svoj odgovor dokazom ili protuprimjerom.

5. (a) (5 bodova) Dajte primjer funkcije koja je neprekidna na $[0, 1]$ ali nije neprekidna na $[1, 3]$.
 (b) (5 bodova) Dajte primjer racionalne funkcije koja ima limes u $x = 1$ ali nije neprekidna u $x = 1$.

6. (5 bodova) Da li je sljedeća tvrdnja istinita?

Ako f' raste na $[a, b]$, onda f raste na $[a, b]$.

Objasnite svoj odgovor dokazom ili protuprimjerom.

7. (a) (5 bodova) Dajte primjer funkcije za koju je $f'(0) = 0$ i $f''(0) \neq 0$.
 (b) (10 bodova) Dajte primjer neprekidne funkcije na $[-1, 1]$ za koju ne vrijedi zaključak Lagrangeovog teorema o srednjoj vrijednosti.

8. (10 bodova) Da li je sljedeća tvrdnja istinita?

Svaki polinom stupnja 3 ima točku infleksije.

Objasnite svoj odgovor dokazom ili protuprimjerom.

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 26.04.2017.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (15 bodova) Izračunajte

(a) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(5^x - 2^x)}{\sin(x^2)}$

(b) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 \operatorname{tg} x + 1}{\operatorname{tg} x + 1} \right)^{\frac{1}{x}}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 26.04.2017.

2. (15 bodova) Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija zadana sa

$$f(x) = e^{-3x}.$$

Za proizvoljnu točku A unutar prvog kvadranta koja se nalazi na grafu funkcije f , neka je P_A površina trokuta kojeg omeđuju osi x i y , te tangenta na graf funkcije f u točki A . Odredite točku A za koju je površina P_A maksimalna.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$	$3f$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 26.04.2017.

3. (ukupno 20 bodova) Neka je $f(x) = \ln \left(\frac{x^2}{2x-1} \right)$. Odredite:

- (a) (2 boda) domen funkcije f ,
- (b) (9 bodova) intervale monotonosti i ekstreme,
- (c) (9 bodova) kut između tangenti krivulja $y = f(x)$ i $y = \ln x$ u njihovoj zajedničkoj točki.

4	5a	5b	6	7a	7b	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 26.04.2017.

4. (10 bodova) Da li je sljedeća tvrdnja istinita?

Ako $\lim_{x \rightarrow c+} g(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow c-} g(x) = -1$ i $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)}$ postoji, tada je $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0$.

Obrazložite svoj odgovor dokazom ili protuprimjerom.

5. (a) (5 bodova) Dajte primjer funkcije koja raste na $[0, 10]$ i nije neprekidna na $[0, 10]$.
 (b) (5 bodova) Dajte primjer funkcije koja nije neprekidna na $[0, 2]$ i čija je slika $f([0, 2])$ segment $[0, 1]$.

6. (5 bodova) Da li je sljedeća tvrdnja istinita?

Ako $f'(x) \leq g'(x)$ za sve x onda $f(x) \leq g(x)$ za sve x .

Obrazložite svoj odgovor dokazom ili protuprimjerom.

7. (a) (5 bodova) Dajte primjer neprekidne funkcije f za koju vrijedi $f'(x) > 0$ za $1 < x < 3$ i $f'(x) < 0$ za $x < 1$ i $x > 3$.
 (b) (10 bodova) Dajte primjer derivabilne funkcije na $\langle 0, 2 \rangle$ za koju ne vrijedi zaključak Lagrangeovog teorema o srednjoj vrijednosti.

8. (10 bodova) Da li je sljedeća tvrdnja istinita?

$(fg)'(x)$ nije nikada jednako $f'(x)g'(x)$.

Obrazložite svoj odgovor dokazom ili protuprimjerom.