

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 25.04.2018.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova) Izračunajte

(a) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x + \cos x - 1}{\ln \cos x}$

(b) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln(x + 1))^{\frac{x+4}{x^2+2x}}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 25.04.2018.

2. (15 bodova) Među svim konveksnim kvadratnim funkcijama p koje zadovoljavaju uvjete $p(0) = -2$, $p(1) = -5$, odredi onu za koju je broj $p(-1)^2 p(2)$ najmanji mogući.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$	$3f$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 25.04.2018.

3. (ukupno 20 bodova) Bez računanja točaka infleksije i intervala zakrivljenosti, ispitajte tok i skicirajte graf funkcije $f(x) = \operatorname{arctg}(\ln(|x^2 - 8|))$.

4	5	6	7	8	9

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 25.04.2018.

4. (5 bodova) Neka je $f(0) = 0$ i neka je f derivabilna u nuli. Nađite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{x}.$$

5. (10 bodova) Neka su f, g neprekidne funkcije na $[0, 1]$ i neka vrijedi $f(0) < g(0)$ te $f(1) > g(1)$. Dokažite da jednačba $f(x) = g(x)$ ima barem jedno rješenje.

6. (10 bodova) Dokažite da jednačba

$$x^7 + 5x + 3 = 0$$

ima točno jedno realno rješenje.

7. (10 bodova) Dokažite da za sve $x > 0$ vrijedi $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{x}{2}$.

8. (5 bodova) Dajte primjer funkcije f koja ima lokalni minimum u $x = 2$ i za koju $f''(2)$ nije pozitivan.

9. (10 bodova) Dokažite ili opovrgnite primjerom:

Ako su f i g funkcije definirane na cijelom $\mathbb{R}$ i konveksne svugdje, onda je i $f \circ g$ konveksna svugdje.

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 25.04.2018.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (15 bodova) Izračunajte

(a) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{-x + \operatorname{arctg} x}$

(b) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{x-2}{x^3+2x^2}}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 25.04.2018.

2. (15 bodova) Među svim konveksnim kvadratnim funkcijama p koje zadovoljavaju uvjete $p(0) = 2$, $p(1) = 6$, odredi onu za koju je broj $p(-1)^2 p(2)$ najmanji mogući.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$	$3f$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 25.04.2018.

3. (ukupno 20 bodova) Bez računanja točaka infleksije i intervala zakrivljenosti, ispitajte tok i skicirajte graf funkcije $f(x) = \operatorname{arctg}(\ln(|x^2 - 5|))$.

4	5	6	7	8	9

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 25.04.2018.

4. (5 bodova) Neka je $f(0) = 0$ i neka je f derivabilna u nuli. Nađite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}.$$

5. (10 bodova) Dokažite da jednačba $x^3 + x + 5 = 0$ ima barem jedno realno rješenje.

6. (10 bodova) Dokažite da jednačba

$$e^{-x^3-x} = 2$$

ima točno jedno realno rješenje.

7. (10 bodova) Dokažite da za sve $x \in \langle 0, 1 \rangle$ vrijedi $\ln(1 - x) < -x$.

8. (5 bodova) Dajte primjer funkcije f koja ima lokalni maksimum u $x = 3$ i za koju $f''(3)$ nije negativan.

9. (10 bodova) Dokažite ili opovrgnite primjerom:

Ako su f i g funkcije definirane na cijelom $\mathbb{R}$ i konkavne svugdje, onda je i $f \circ g$ konkavna svugdje.