

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 20.06.2018.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova) Izračunajte:

(a) (8 bodova) $\int \frac{\ln \sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt[3]{4x^2+4x+1}} dx$

(b) (7 bodova) $\int \frac{4 \cos^4(x) - \sin^2(2x)}{\sin(3x) - \sin(x)} dx$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 20.06.2018.

2. (ukupno 20 bodova) Izračunajte:

(a) (10 bodova) $\int_0^3 \frac{x^2}{(x^2 + 3)^2} dx$

(b) (10 bodova) $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{4 - x^2}} dx$

3a	3b

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 20.06.2018.

3. (ukupno 15 bodova)

(a) (7 bodova) Odredite volumen tijela koje nastaje rotacijom oko x -osi, skupa u prvom kvadrantu omeđenog koordinatnim osima i grafom funkcije $f(x) = 1 - x^3$.

(b) (8 bodova) Konvergira li nepravilni integral $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{1+x^2} dx$?

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 20.06.2018.

4. (8 bodova) Dana je funkcija $f(x) = \cos x$ i particija $P = \{0, \frac{1}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi, \pi\}$. Izračunajte pripadnu gornju i donju Darbouxovu sumu.

5. (10 bodova) Neka je

$$F(x) = \int_x^1 \left(t^2 \int_t^1 f(u) \, du \right) dt$$

i neka je $f(1) = 1$. Izračunajte $F''(1)$.

6. (10 bodova) Neka je Ω prsten formiran kružnicama $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ i $x^2 + y^2 = 4$. Odredite težište od Ω .

7. (12 bodova) Skicirajte područje ograničeno krivuljama $y = |x|$, $2y - x = 4$. Površinu područja predstavite preko integrala

(a) (6 bodova) po x varijabli,

(b) (6 bodova) po y varijabli.

Nije potrebno računati integrale.

8. (10 bodova) Da li niz (a_n) koji zadovoljava rekurzivnu relaciju

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{1 - \frac{a_n}{n(n+1)}}$$

te za koji vrijedi $a_n = 1$ ima limes? Ako da, izračunajte ga.

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 20.06.2018.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (15 bodova) Izračunajte:

(a) (8 bodova) $\int \frac{\ln \sqrt[3]{x+2}}{\sqrt[3]{x^2+4x+4}} dx$

(b) (7 bodova) $\int \frac{4 \sin^4(x) - \sin^2(2x)}{\cos(3x) + \cos(x)} dx$

2a	2b

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 20.06.2018.

2. (ukupno 20 bodova) Izračunajte:

(a) (10 bodova) $\int_0^2 \frac{x^2}{(x^2 + 2)^2} dx$

(b) (10 bodova) $\int_0^{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \frac{x^3}{\sqrt{9 - x^2}} dx$

3a	3b

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 20.06.2018.

3. (ukupno 15 bodova) Izračunajte

(a) (7 bodova) Odredite volumen tijela koje nastaje rotacijom oko y -osi, skupa u prvom kvadrantu omeđenog koordinatnim osima i grafom funkcije $f(x) = 1 - x^2$.

(b) (8 bodova) Konvergira li nepravilni integral $\int_{-\infty}^0 \frac{\cos^2 x}{1+x^2} dx$?

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 20.06.2018.

4. (8 bodova) Dana je funkcija $f(x) = \sin x$ i particija $P = \{0, \frac{1}{6}\pi, \frac{1}{2}\pi, \pi\}$. Izračunajte pripadnu gornju i donju Darbouxovu sumu.

5. (10 bodova) Neka je

$$F(x) = \int_0^x \left(t \int_1^t f(u) \, du \right) dt$$

i neka je $f(1) = 1$. Izračunajte $F''(1)$.

6. (10 bodova) Izračunajte težište područja ograničenog krivuljama $x+1=0$ i $x+y^2=0$.
7. (12 bodova) Skicirajte područje ograničeno krivuljama $x = |y|$, $x = 2$. Površinu područja predstavite preko integrala

(a) (6 bodova) po x varijabli,

(b) (6 bodova) po y varijabli.

Nije potrebno računati integrale.

8. (10 bodova) Da li niz (a_n) koji zadovoljava rekurzivnu relaciju

$$a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n(n+1)}$$

te za koji vrijedi $a_n = 1$ ima limes? Ako da, izračunajte ga.