

--	--

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 19.06.2019.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova) Izračunajte:

(a) (9 bodova) $\int \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x + 1 \, dx,$

(b) (6 bodova) $\int e^{2x} \cos(e^x) \, dx.$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 19.06.2019.

2. (ukupno 17 bodova) Izračunajte:

(a) (8 bodova) Izračunajte integral

$$\int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2 - 4} dx.$$

(b) (9 bodova) Odredite nepravi integral

$$\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt[3]{x-1}} dx.$$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 19.06.2019.

3. (ukupno 18 bodova)

- (a) (9 bodova) Odredite volumen tijela koje nastaje rotacijom oko x -osi, skupa omeđenog pravcima $y = 2$, $x = 1$, $x = -1$ i krivuljom zadanom jednačžbom $y = 5 - x^2$.
- (b) (9 bodova) Konvergira li integral

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^{2019} x}{1 + 2019x + x^{2019}} dx.$$

4a	4b	5	6	7	8

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 19.06.2019.

4. (a) (5 bodova) Neka je $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ proizvoljna particija segmenta $[1, 2]$ te neka je $f(x) = -x - 1$. Izračunajte gornju i donju Darbouxovu sumu za danu funkciju i particiju.
- (b) (5 bodova) Koristeći odgovor na (a), izračunajte $\int_1^2 f(x) dx$.

Napomena: Odgovor na (b) koji ne koristi Darbouxove sume nosi 0 bodova.

5. (10 bodova) Dokažite Lagrangeov teorem srednje vrijednosti za integrale: ako je funkcija f neprekidna na $[a, b]$, tada postoji barem jedan $c \in \langle a, b \rangle$ takav da vrijedi

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a).$$

6. (10 bodova) Pomoću integriranja izračunajte površinu trokuta s vrhovima $(0, 1)$, $(2, 0)$, $(3, 4)$.
7. (10 bodova) Sfera radijusa r prerezana je s ravninom na visini h iznad ekvatora. Izračunajte integriranjem volumen dijela sfere iznad ravnine. Pretpostavljamo da vrijedi $h < r$.
8. (10 bodova) Ispitajte ograničenost i monotonost te nađite, ako postoji, limes niza

$$a_n = \frac{3^n}{(n+1)^2}.$$

--	--

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 19.06.2019.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova) Izračunajte:

(a) (9 bodova) $\int \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 1 \, dx,$

(b) (6 bodova) $\int e^{2x} \sin(e^x) \, dx.$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 19.06.2019.

2. (ukupno 17 bodova) Izračunajte:

(a) (8 bodova) Izračunajte integral

$$\int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2 - 9} dx.$$

(b) (9 bodova) Odredite nepravi integral

$$\int_1^2 \frac{x+1}{\sqrt[3]{x-2}} dx.$$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 19.06.2019.

3. (ukupno 18 bodova)

- (a) (9 bodova) Odredite volumen tijela koje nastaje rotacijom oko x -osi, skupa omeđenog pravcima $y = 1$, $x = 1$, $x = -1$ i krivuljom zadanom jednačžbom $y = 4 - x^2$.
- (b) (9 bodova) Konvergira li integral

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos^{2019} x}{2019 + x + x^{2019}} dx.$$

4a	4b	5	6	7	8

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 19.06.2019.

4. (a) (5 bodova) Neka je $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ proizvoljna particija segmenta $[1, 2]$ te neka je $f(x) = -3x$. Izračunajte gornju i donju Darbouxovu sumu za danu funkciju i particiju.

(b) (5 bodova) Koristeći odgovor na (a), izračunajte $\int_1^2 f(x) dx$.

Napomena: Odgovor na (b) koji ne koristi Darbouxove sume nosi 0 bodova.

5. (10 bodova) Dokažite Lagrangeov teorem srednje vrijednosti za integrale: ako je funkcija f neprekidna na $[a, b]$, tada postoji barem jedan $c \in \langle a, b \rangle$ takav da vrijedi

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a).$$

6. (10 bodova) Pomoću integriranja izračunajte površinu trapeza s vrhovima $(-2, -2)$, $(1, 1)$, $(5, 1)$, $(7, -2)$.
7. (10 bodova) Sfera radijusa r prerezana je s dvije paralelne ravnine. Jedna ravnina je na visini a iznad ekvatora a druga na visini b . Izračunajte integriranjem volumen dijela sfere između dvije ravnine. Pretpostavljamo da vrijedi $a < b < r$.
8. (10 bodova) Ispitajte ograničenost i monotonost te nađite, ako postoji, limes niza

$$a_n = \frac{(-2)^n}{n^{10}}.$$