

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 02.09.2019.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova) Neka je $f(x) = \operatorname{arctg}\left(2 + \frac{5}{x}\right)$. Odredite
- (a) (2 boda) domen funkcije f ;
 - (b) (4 boda) asimptote;
 - (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, ekstreme i infleksije;
 - (d) (4 boda) skicu grafa funkcije f .



JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1
popravni kolokvij, 02.09.2019.

2. (ukupno 10 bodova) Odredite površinom najveći pravokutnik koji se nalazi u prvom kvadrantu i unutar kružnice $(x + 2)^2 + y^2 = 12$.

Diferencijalni i integralni račun 1
popravni kolokvij, 02.09.2019.

3. (ukupno 20 bodova)

(a) (10 bodova) Izračunajte neodređeni integral $\int \sqrt{x} \ln(x-1) \, dx$.

(b) (10 bodova) Izračunajte, ako konvergira, nepravi integral $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos^3 x - \cos x}{\sin^4 x} \, dx$.

4	5	6	7	8

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 02.09.2019.

4. (10 bodova) Neka je funkcija $f: [0, \infty) \rightarrow [1, \infty)$ dana s $f(x) = x^5 + 2x + 1$. Dokažite da je f bijekcija.

5. (10 bodova) Dokažite da je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

neprekidna u nuli te da nije derivabilna u nuli.

6. (10 bodova) Dana je funkcija sa sljedećim svojstvima:

- (a) f je derivabilna svugdje,
- (b) $f(x + y) = f(x)f(y)$ za sve x, y ,
- (c) $f(0) = 1$,
- (d) $f'(0) = 2$.

Dokažite da vrijedi $f'(x) = 2f(x)$ za sve x .

7. (10 bodova) Izračunajte sljedeći limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{4n} \frac{1}{\cos^2(\frac{\pi k}{4n})}$$

interpretirajući sumu kao Riemannovu sumu odgovarajuće funkcije na segmentu $[0, \pi/4]$, gdje je segment podijeljen na n jednakih dijelova.

8. (10 bodova) Neka je V_b volumen tijela dobijenog rotacijom oko y osi područja ograničenog krivuljama $y = \frac{1}{1+x^4}$, $y = 0$, $x = 1$ i $x = b$ ($b > 1$). Izračunajte $\lim_{b \rightarrow \infty} V_b$.

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 02.09.2019.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova) Neka je $f(x) = \operatorname{arctg}\left(-1 + \frac{2}{x}\right)$. Odredite
 - (a) (2 boda) domen funkcije f ;
 - (b) (4 boda) asimptote;
 - (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, ekstreme i infleksije;
 - (d) (4 boda) skicu grafa funkcije f .



JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1
popravni kolokvij, 02.09.2019.

2. (ukupno 10 bodova) Odredite površinom najveći pravokutnik koji se nalazi u prvom kvadrantu i unutar kružnice $(x - 2)^2 + y^2 = 12$.

Diferencijalni i integralni račun 1
popravni kolokvij, 02.09.2019.

3. (ukupno 20 bodova)

(a) (10 bodova) Izračunajte neodređeni integral $\int \sqrt{x+1} \ln x \, dx$.

(b) (10 bodova) Izračunajte, ako konvergira, nepravi integral $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x - \sin x}{\cos^4 x} \, dx$.

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 02.09.2019.

4. (10 bodova) Neka je funkcija $f: [0, \infty) \rightarrow [5, \infty)$ dana s $f(x) = x^6 + 3x + 5$. Dokažite da je f bijekcija.
5. (10 bodova) Dokažite da je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

neprekidna i derivabilna u nuli.

6. (10 bodova) Dana je funkcija sa sljedećim svojstvima:
- (a) f je derivabilna svugdje,
 - (b) $f(x + y) = f(x)f(y)$ za sve x, y ,
 - (c) $f(0) = 1$,
 - (d) $f'(0) = 1$.

Dokažite da vrijedi $f' = f$.

7. (10 bodova) Izračunajte sljedeći limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$$

interpretirajući sumu kao Riemannovu sumu odgovarajuće funkcije na segmentu $[0, 1]$, gdje je segment podijeljen na n jednakih dijelova.

8. (10 bodova) Neka su V_x, V_y volumeni tijela dobijenih rotacijom područja između krivulja $y = 1/x, y = 0, x = 1/2, x = b$ ($b > 1/2$) oko x , odnosno y osi. Postoji li b takav da je $V_x = V_y$?