$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 21.04.2021.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova) Odredite sljedeće limese:

   (a) (8 bodova) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2} - \cos x}{x^2 + 1 - \sqrt{x^4 + 1}}$,

   (b) (8 bodova) $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[x]{1 + \operatorname{tg} x}$.

JMBAG IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 21.04.2021.

2. (ukupno 10 bodova) Za proizvoljnu točku T u prvom kvadrantu na krivulji $3y = x^3$ tangenta i normala (na istu tu krivulju) sijeku y-os u točkama A i B, redom. Odredite točku T za koju je udaljenost $|AB|$ najmanja.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$

JMBAG IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 21.04.2021.

3. (ukupno 24 boda) Neka je $f(x) = e^{\frac{1}{\ln x}}$. Odredite
   (a) (2 boda) domenu funkcije f;
   (b) (10 boda) asimptote;
   (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, točke ekstrema i infleksije;
   (d) (2 boda) skicu grafa funkcije f.

4	5	6	7	8	9

JMBAG | IME I PREZIME | PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 21.04.2021.

4. (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije, odredite derivaciju funkcije $\ln x$, za svaki $x > 0$.

5. (10 bodova) Je li jednadžba $x^2 + x = \cos x$ rješiva u $\mathbb{R}$?

6. (10 bodova) Odredi parametar $a \in \mathbb{R}$ tako da je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x + a & x \geq 1 \\ x^2 - x & x < 1 \end{cases}$$

   neprekidna. Je li onda i diferencijabilna?

7. (10 bodova) Dokaži da za $x > 0$ vrijedi $x > \sin x$.

8. (10 bodova) Neka je $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ diferencijabilna funkcija za koju vrijedi $h'(x) = 0$, za svaki $x \in \mathbb{R}$. Dokažite da je h konstantna funkcija.